

6-M-Interférences

Intro : phénomène caractéristique des ondes :

I. Ondes mécaniques

- Cuve à ondes : trou de Young (qualitatif)

II. Ondes Acoustique.

- Battement : avec 2 diapasons (qualitatif) (expliquer pourquoi impossible avec ondes électromagnétique
Remarque : ça ne marche pas avec des ultrasons car la fréquence des ventres et des nœuds est modifié par la valeur de la porteuse (différence des fréquences max et min), mais cela ne modifie en rien la fréquence des ondes (c'est comme ouvrir et fermé un robinet d'eau à différente fréquence, ce n'est pas pour autant que l'eau va devenir du champagne). Donc avec des ultrasons on ne les entendra toujours pas.
- Trou de Young avec ultrason (on prend 2 émetteurs relié au même GBF à la fréquence de 40 KHz fréquence de résonnance du cristal de Quartz qui crée les ultrasons dans l'émetteur : Piézoélectrique) (quantitatif)

Idée de transition : Pas de problème de cohérence en acoustique car le temps d'intégration des détecteurs sont court par rapport à la période temporelle de l'onde. Donc on peut distinguer les phénomènes de battement (voir question)

En optique : Les fréquences des ondes étant tellement élevées 10^{15} Hz, on ne verra pas directement le phénomène de battement temporel. Avec le doublet du sodium on regarde des battements au niveau spatial

III. Ondes électromagnétiques.

- Trou de Young ou fente en montrant cohérence spatiale et temporelle (voir leçon)
- Interféromètre de Michelson (quantitatif)
Mesure de l'épaisseur d'une lame de microscope (en coin d'air) (Nathan optique ondulatoire p110)
Mesure des doublets du sodium (en lame d'air)

I. Ondes mécaniques

- Cuve à ondes : trou de Young (qualitatif)

2.1 Principe de fonctionnement

La cuve à ondes est un outil permettant d'analyser la formation et la propagation d'ondes à la surface d'un fluide. La lumière émise par une lampe stroboscopique est renvoyée par un miroir sur un écran dépoli (Fig. 3a). Les courbures à l'interface air-liquide agissent comme des lentilles et on observe alors sur l'écran une image dont le contraste correspond aux déformations de la surface du fluide (voir Fig. 3b). Les caractéristiques et les différents accessoires de la cuve à ondes

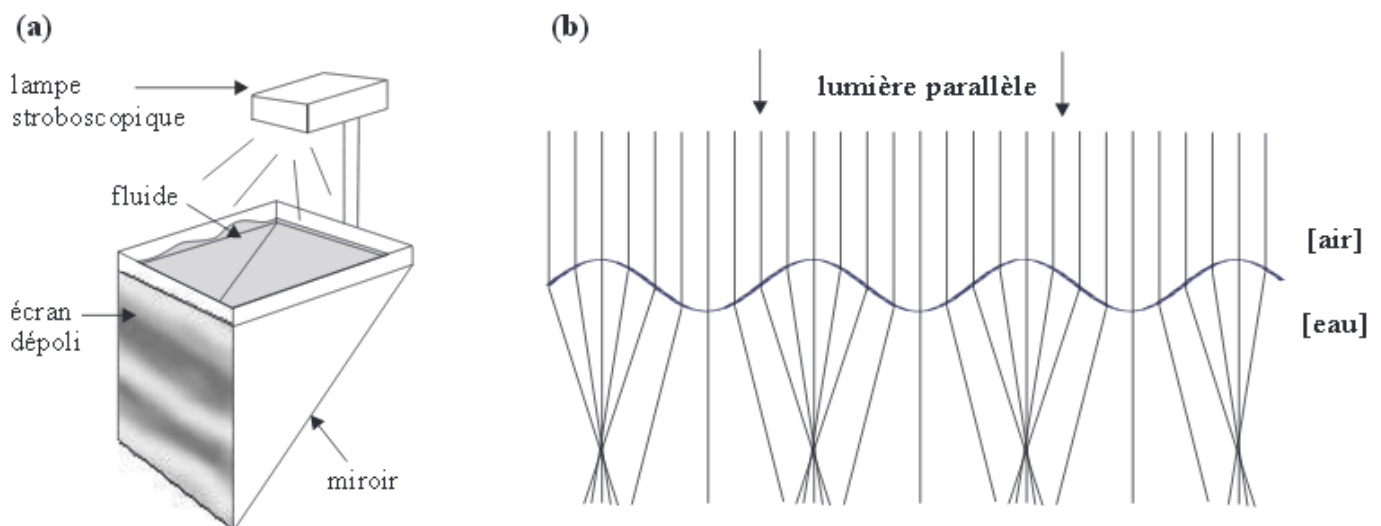


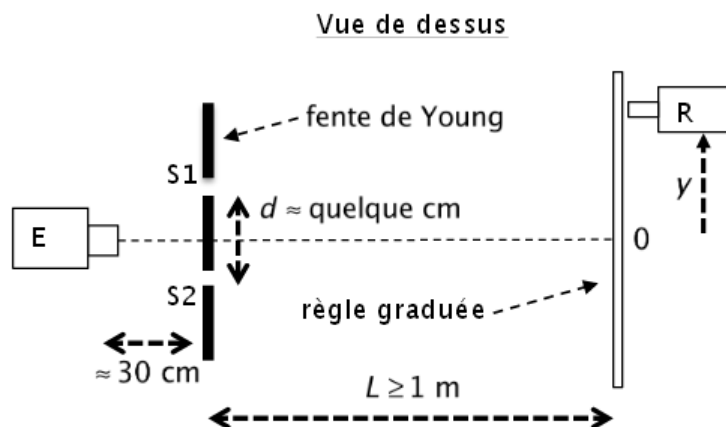
FIG. 3 – (a) Schéma d'une cuve à onde. (b) Principe de conversion de la courbure de l'interface en intensité lumineuse.

II. Ondes Acoustique.

- Battement : avec 2 diapasons (qualitatif) (expliquer pourquoi impossible avec ondes électromagnétique
Remarque : ça ne marche pas avec des ultrasons car la fréquence des ventres et des nœuds est modifié par la valeur de la porteuse (différence des fréquences max et min), mais cela ne modifie en rien la fréquence des ondes (c'est comme ouvrir et fermé un robinet d'eau à différente fréquence, ce n'est pas pour autant que l'eau va devenir du champagne). Donc avec des ultrasons on ne les entendra toujours pas.
- Trou de Young avec ultrason (on prend 2 émetteurs relié au même GBF à la fréquence de 40 KHz fréquence de résonance du cristal de Quartz qui crée les ultrasons dans l'émetteur : Piézoélectrique) (quantitatif)

Procédure expérimentale

- Un émetteur E d'ultrasons (US) produit des ondes à $f = 40 \text{ Hz}$.
- Un récepteur R , relié à un oscilloscope, peut se déplacer le long d'une règle, perpendiculaire à l'axe de symétrie du montage.
- Un système de fentes de Young permet, grâce à la diffraction (cf. TP sur le sujet et cours de PT) d'obtenir deux sources secondaires d'ultrasons parfaitement synchrones (on a deux sources dites cohérentes) qui vont interférer.



III. Ondes électromagnétiques.

- Trou de Young ou fente en montrant cohérence spatiale et temporelle (voir leçon)
- Interféromètre de Michelson (quantitatif)
Mesure de l'épaisseur d'une lame de microscope (en coin d'air) (Nathan optique ondulatoire p110)

5.2. Résultats expérimentaux et mesure de l'épaisseur d'une lamelle de microscope

- Si on utilise l'interféromètre de Michelson en lumière blanche et en coin d'air, on observe la frange centrale brillante bordée de noir (ou noire (bordée de blanc) sur certains Michelson qui ont des traitements sur la séparatrice ou compensatrice). Ensuite, on observe les irisations : le pourpre, l'indigo... dite échelle de *teintes de Newton* (voir document d en 3^e de couverture). Enfin, le blanc d'ordre supérieur.
- Le réglage du Michelson en lumière blanche est très délicat (on le réglera toujours en lumière lampe spectrale auparavant) car la zone intéressante se situe à moins d'un μm du contact optique. $\delta = 2e = 200 \text{ nm}$ donne $e = 100 \text{ nm} = 0,1 \mu\text{m}$ pour voir les irisations autour de la frange centrale.
- En TP, on peut mesurer l'épaisseur moyenne d'une lamelle de microscope. On se place dans la zone des irisations pour le Michelson. On interpose la lamelle devant le miroir M_1 . Sur l'écran, on observe une zone blanche (blanc d'ordre supérieur correspondant à la lamelle). En effet, la lamelle, d'indice n_ℓ et d'épaisseur e_ℓ , est traversée deux fois en incidence quasi normale par les rayons lumineux ce qui augmente la différence de marche optique de $2(n_\ell - 1)e_\ell$. C'est suffisant pour faire basculer dans le blanc d'ordre supérieur. On chariote ensuite le Michelson afin d'obtenir des irisations sur la lamelle (elles disparaissent ailleurs, sur l'écran la lamelle apparaît irisée sur fond blanc). On mesure la translation du miroir Δe et $2\Delta e = 2(n_\ell - 1)e_\ell$ d'où $e_\ell = \frac{\Delta e}{n_\ell - 1}$. Pour n_ℓ , on prendra l'indice moyen, on obtient un ordre de grandeur de e_ℓ .

V.2.1.5 MESURE D'UNE LONGUEUR D'ONDE MOYENNE

Cette mesure, qui semble la plus simple, est en pratique difficile à réaliser⁴⁰ si on ne dispose pas d'un entraînement motorisé et d'un système d'enregistrement. Une rotation de 2π de la vis micrométrique correspond en effet à un déplacement de 0,5 mm, soit à un défilement de 2 000 franges environ (pour $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$). Il est, par conséquent, très difficile de contrôler à la main le défilement des franges une à une, sauf si on dispose d'un déplacement micrométrique très fin⁴¹. On propose ici de réaliser un enregistrement⁴² comme indiqué paragraphe V.2.1.9.

Élargir un faisceau laser He-Ne avec une lentille de courte distance focale ($f = 5 \text{ mm}$ par exemple). Enregistrer son interférogramme et repérer les positions du vernier au début et à la fin de l'enregistrement.

L'interférogramme obtenu est périodique (aucune atténuation n'est visible sur le papier). Compter le nombre N de périodes enregistrées. En déduire la longueur d'onde du rayonnement laser.

Si, par exemple, on mesure $N = 100$ pour une course du miroir $x_2 - x_1 = 32 \text{ nm}$, on a $N \lambda = \delta_2 - \delta_1 = 2(x_2 - x_1)$, soit : $\lambda = 640 \text{ nm}$.

Biblio : Nathan Optique ondulatoire PC_MP_PSI_PT



3 Première modélisation : cas d'un doublet de raies infiniment fines

On suppose que la source contient deux raies très proches et infiniment fines σ_1 et σ_2 de même intensité I_0 . Chaque raie donne son propre système d'interférences car les deux raies sont incohérentes entre elles. Il suffit donc de sommer les intensités. Avant de faire le calcul, on peut prévoir qualitativement que l'interfrange dépendant de la longueur d'onde, les deux systèmes d'interférences seront décalés d'une grandeur variable donc les deux systèmes pourront dans certaines zones se renforcer ou dans d'autres zones se brouiller.

3.1. Expression de l'intensité au point M

Pour le point M appartenant au champ d'interférences, $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$ avec $I_1(M) = 2I_0(1 + \cos 2\pi\sigma_1\delta_{2/1}(M))$ et $I_2(M) = 2I_0(1 + \cos 2\pi\sigma_2\delta_{2/1}(M))$

$$I(M) = 2I_0(1 + \cos 2\pi\sigma_1\delta_{2/1}(M)) + 2I_0(1 + \cos 2\pi\sigma_2\delta_{2/1}(M))$$

$$I(M) = 2I_0(2 + \cos(2\pi\sigma_1\delta_{2/1}(M)) + \cos(2\pi\sigma_2\delta_{2/1}(M))).$$

Transformons la somme des cosinus en produit : $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

$$I(M) = 2I_0(2 + 2 \cos \pi(\sigma_1 + \sigma_2)\delta_{2/1}(M) \cos \pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta_{2/1}(M)).$$

Comme il s'agit d'un doublet de raies, notons $\sigma_{\text{moyen}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ et $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2| \ll \sigma_{\text{moyen}}$.

Notons $\delta = \delta_{2/1}(M)$ pour alléger.

$$I(M) = 4I_0[1 + \cos(2\pi\sigma_{\text{moyen}}\delta)\cos(\pi\Delta\sigma\delta)]$$

On note la présence du terme habituel d'interférences $\cos 2\pi\sigma_{\text{moyen}}\delta$ multiplié par un nouveau terme $\cos \pi\Delta\sigma\delta$.

3.2. Étude de l'intensité en fonction de δ

Cette étude est simplifiée par la remarque suivante : la période en δ du premier cosinus est $\frac{1}{\sigma_{\text{moyen}}}$ (on écrit $2\pi\sigma_{\text{moyen}}\delta = 2\pi$) et la période en δ du second cosinus est $\frac{2}{\Delta\sigma}$ (on écrit $\pi\Delta\sigma\delta = 2\pi$). Comme $\Delta\sigma \ll \sigma_{\text{moyen}}$ alors $\frac{1}{\sigma_{\text{moyen}}} \ll \frac{1}{\Delta\sigma}$.

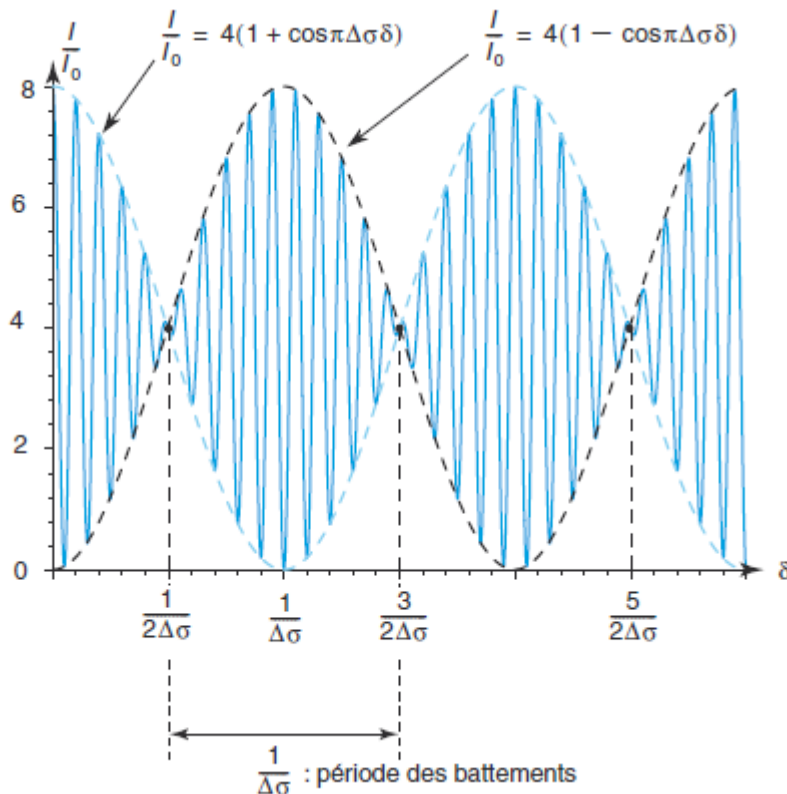
Le produit des deux cosinus est donc le produit d'un terme à variation rapide par un terme à variation lente. Si on étudie la fonction localement autour d'un point M de chemin optique δ , le terme à variation rapide varie entre ± 1 et le terme à variation lente vaut $\cos \pi\Delta\sigma\delta$.

Si l'on trace les deux courbes $I(\delta) = 4I_0(1 + \cos \pi\Delta\sigma\delta)$ et $I(\delta) = 4I_0(1 - \cos \pi\Delta\sigma\delta)$, le signal $I(\delta)$ oscille rapidement entre ces deux courbes. On parle de **battements optiques** car il s'agit du même signal que pour des battements acoustiques ou électriques : phénomène typique de l'addition de deux signaux d'amplitude voisine et de fréquences très voisines ($\Delta f \ll f_{\text{moyen}}$).

Remarque

En modulation d'amplitude, le signal rapide est la porteuse et le signal lent la modulation. Le signal lent module l'amplitude de la porteuse.

Battements optiques



• : brouillage

On remarque sur la figure 3 que la période des battements est $\frac{1}{\Delta\sigma}$, deux fois plus petite que la période du signal lent.

$$I_{\text{max}}(\delta) = 4I_0(1 + |\cos \pi\Delta\sigma\delta|)$$

$$I_{\text{min}}(\delta) = 4I_0(1 - |\cos \pi\Delta\sigma\delta|)$$

Attention
Le contraste ne s'annule que si les deux signaux additionnés ont même amplitude. Les deux signaux sont les intensités $I_1(M)$ et $I_2(M)$ d'amplitude commune $2I_0$.

Le contraste vaut $C(\delta) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |\cos \pi \Delta \sigma \delta|$. Il s'annule périodiquement pour $\delta = \frac{1}{2\Delta\sigma} + \frac{k}{\Delta\sigma}$ avec k entier. Quand le contraste s'annule, il y a brouillage des franges d'interférences tandis que $C = 1$ correspond à un renforcement des franges ainsi plus contrastées ($\delta = \frac{k}{\Delta\sigma}$).

3.3. Analyse qualitative

Retrouvons sans exprimer l'intensité la période des battements optiques.

Nous allons utiliser l'ordre d'interférences au point M . Pour la raie 1, $p_1(M) = \frac{\delta}{\lambda_1}$ et pour la raie 2, $p_2(M) = \frac{\delta}{\lambda_2}$. Quand les deux systèmes d'interférences se renforcent au point M , les franges brillantes de l'un coïncident avec les franges brillantes de l'autre au point M et les franges sombres de l'un coïncident avec les franges sombres de l'autre.

On peut donc écrire $p_1(M) = p_2(M) + k$ avec k entier ce qui donne :

$\delta = p_1 \lambda_1 = p_2 \lambda_2 = (p_2 + k) \lambda_1$ d'où $p_2 = \frac{k \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ et finalement $\delta(M) = \frac{k \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ avec k entier.

On fait ainsi apparaître une période en $\delta : \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_2 - \lambda_1|} = \frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{\Delta \lambda}$. Cette période est appelée période des coïncidences ou période des brouillages.

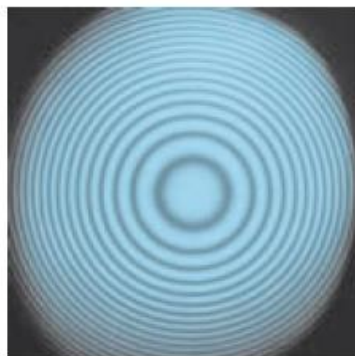
Or $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma}$ donc on retrouve bien la période des battements :

$$\frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{\Delta \lambda} = \lambda_{\text{moyen}} \frac{\lambda_{\text{moyen}}}{\Delta \lambda} = \lambda_{\text{moyen}} \frac{\sigma_{\text{moyen}}}{\Delta \sigma} = \frac{1}{\Delta \sigma}.$$

3.4. Résultats expérimentaux

En TP, vous observerez les battements optiques avec le Michelson comme diviseur d'onde (en lame d'air à faces parallèles) et avec la lampe à vapeur de sodium comme source. Si vous ne disposez pas d'un très bon filtre dans le jaune pour ne sélectionner que le doublet, vous pouvez tout de même repérer à l'œil nu les zones de brouillage et de renforcement (figure 4).

Coïncidence anneaux



Brouillage anneaux



Le brouillage n'est pas parfait car les intensités des deux raies ne sont pas identiques.

Remarque

Si on peut enregistrer les battements, il suffit de compter le nombre N d'oscillations dans un battement.

$$\frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{\Delta\lambda} = N\lambda_m$$

$$\text{d'où } \Delta\lambda = \frac{\lambda_m}{N}$$

Vous pouvez mesurer la translation du miroir entre plusieurs zones de brouillage (plus faciles à repérer), diviser par le nombre de battements (nombre de zones moins une) et obtenir le Δe correspondant à un battement. On peut en déduire la largeur du doublet du sodium connaissant la longueur d'onde moyenne $\lambda_{\text{moyen}} = 0,589\,3\,\mu\text{m}$.

$$\Delta\delta = 2\Delta e = \frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{\Delta\lambda}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{2\Delta e}$$

- Interféromètre de Michelson en lame d'air.

Mesure du doublet de Na (Sextant p 239 + J'intègre PC-PC* Sanz) en se servant de λ_m , mesuré avec le réseau.

Zone de brouillage	Position du verrier (mm)
1	15,75
2	16
3	16.27
4	16.56
5	16.84

Incertitude sur le verrier pour toutes les mesures : 0.02 mm

Nous avons ici 4 intervalles de zone de brouillage

Comment se débrouiller avec les incertitudes ?

$$e = \frac{v_5 - v_1}{4}$$

$e(v_5; v_1)$ dépend de 2 grandeurs qui ont chacune une incertitude de 0,02 mm.

$$\mu(e) = \sqrt{\left|\frac{\partial e}{\partial v_1}\right|^2 (\mu v_1)^2 + \left|\frac{\partial e}{\partial v_2}\right|^2 (\mu v_2)^2}$$
$$\mu(e) = \sqrt{\frac{(\mu v_1)^2}{(4)^2} + \frac{(\mu v_2)^2}{(4)^2}}$$
$$\mu(e) = \frac{1}{4} \sqrt{(\mu v_1)^2 + (\mu v_2)^2}$$
$$\mu(e) = \frac{1}{4} \sqrt{(0,02)^2 + (0,02)^2} = \frac{0,02\sqrt{2}}{4}$$
$$\mu(e) = 0,007\text{ mm} = 0,007\text{ mm}.$$

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{2e} = 0,64 \text{ nm.}$$

$$\lambda_{\text{moyen}} = 589,3 \text{ nm} \pm 0,2 \text{ nm}$$

$$e = 0,272 \pm 0,007 \text{ mm}$$

$$\mu \Delta \lambda = \sqrt{\left| \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \lambda_{\text{moyen}}} \right|^2 (\mu \lambda_{\text{moyen}})^2 + \left| \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial e} \right|^2 (\mu e)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda_{\text{moyen}}}{e} \right)^2 (\mu \lambda_{\text{moyen}})^2 + \left(\frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{2e^2} \right)^2 (\mu e)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{589,3 \cdot 10^{-9}}{0,272 \cdot 10^{-3}} \right)^2 (0,2 \cdot 10^{-9})^2 + \left(\frac{(589,3 \cdot 10^{-9})^2}{2 \times (0,272 \cdot 10^{-3})^2} \right)^2 \times (0,007 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$= 0,02 \text{ nm}$$

$$\boxed{\Delta \lambda = (0,64 \pm 0,02) \text{ nm}}$$

Question :

- Sur la cuve à onde pourquoi les bords de la cuve sont en pente ? **Adaptation d'impédance pour pas que l'onde soit réfléchie.**
- Sur la cuve à onde, Ou mesure t'on λ des ondes ?

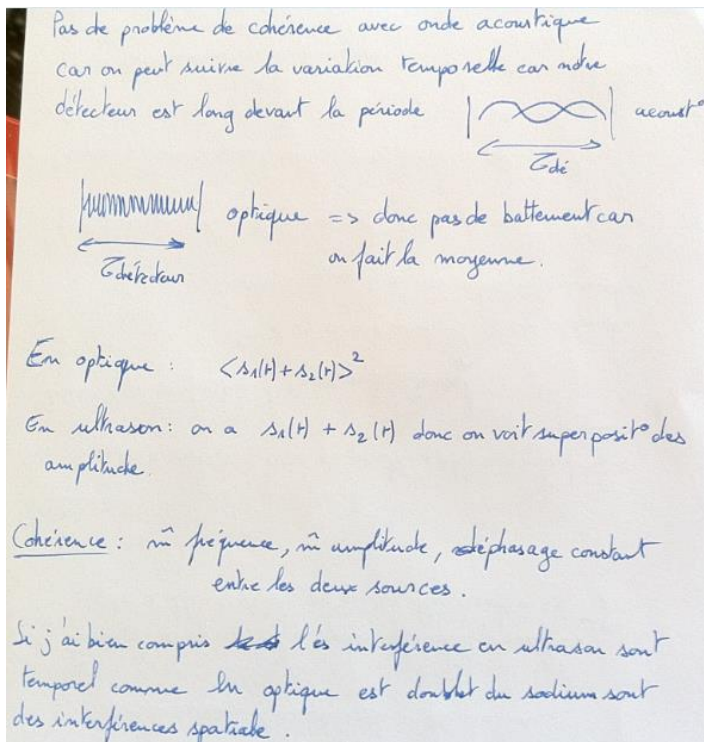


Il faut se placer loin de la source pour mesurer λ

Fonction de Bessel : Donc il ne faut pas prendre λ ici

Les zones sombres correspondent aux points "en creux", et les zones les plus lumineuses aux points les plus élevés. Il y a un miroir en dessous de la cuve à onde et on observe un grandissement de l'expérience sur l'écran blanc.

_ Pourquoi faut-il avoir la même fréquence pour observer le phénomène ? Pour que la source soit cohérente



_ Pourquoi a-t-on besoin de la diffraction avant les interférences dans votre présentation car en classe prépa c'est l'inverse dans la progression ?

Le jury précise sa question.

_ Quelle est la place de la diffraction dans les interférences ?

pour montrer le phénomène d'éparpillement de la lumière (vue dans la diffraction) qui est nécessaire pour montrer le phénomène d'interférences

_ En quoi la notion d'onde est difficile pour les élèves ?

: Cohérence temporelle

R2 : Même longueur du train d'onde. C'est le cas des sources monochromatiques.

Q3 : Cohérence spatiale

R3 : différence de phase constante en tout point de la source. = source non étendue

_ Pourquoi avez vous préféré passer par les ondes lumineuses pour illustrer les interférences ?

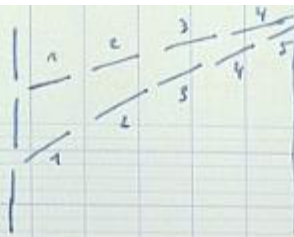
_ Comment définissez vous l'interfrange ?

_ L'interfrange est-elle constante dans la situation présentée ?

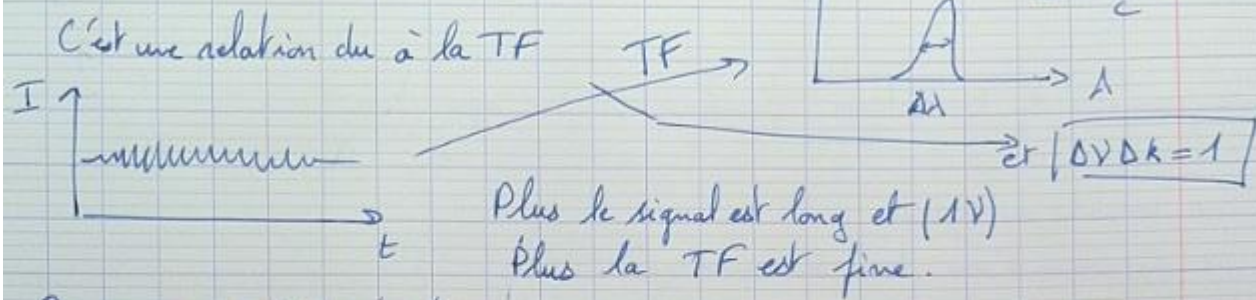
Annexe

Notion de paquet d'onde. La façon de Taillet d'expliquer les paquets d'onde avec des morceaux de tissus coloré est très bien pour comprendre la notion avec les mains, mais ce n'est pas rigoureux

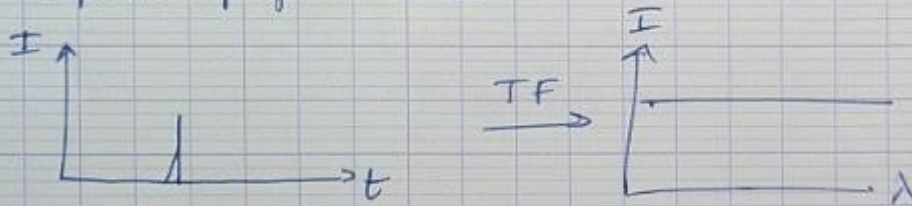
Paquet d'onde



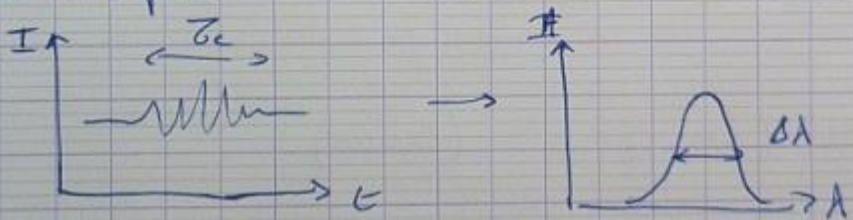
→ ce n'est qu'une image
ce qu'il faut comprendre
c'est



On peut un peigne de dirac



Si on a un train d'onde (τ_c petit) ce train d'onde a un début et une fin.



La formule $\Delta \nu \Delta k = 1$ fait penser au principe d'indétermination de Heisenberg en quantique. Et c'est un peu ça

3) Figures d'interférence

$$\Rightarrow I_{\text{tot}} = 4I_0 \cos^2 \left\{ \frac{k(n_2 - n_1)}{2} \right\}$$

Où se trouvent les régions le plus brillantes ? $n_2 = n_1$

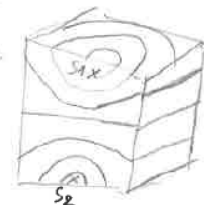


$$n_2 = n_1$$

$$\frac{k(n_2 - n_1)}{2} = \pi \Rightarrow n_2 - n_1 = \frac{2\pi}{k} = \lambda$$

$$n_2 - n_1 = \lambda \text{ hyperbole}$$

représentation dans le plan si on voit en 3D il faut faire tourner le point P autour de l'axe $S_1 S_2 \Rightarrow$ hyperboloïde.

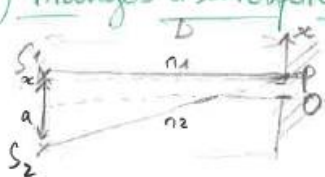


c'est ce qu'on observe sur un plan très éloigné.



Démo avec développement limité : Interférence constructive et destructive

4) Franges d'interférences



pythagore : $S_1 P^2 = n_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 \Rightarrow n_1 = \sqrt{D^2 + (x - \frac{a}{2})^2}$

$S_2 P^2 = n_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 \Rightarrow n_2 = \sqrt{D^2 + (x + \frac{a}{2})^2}$

ou $a \ll D$
 $x \ll D$

Math: DL: $(1 + \epsilon)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \epsilon$

$$\Rightarrow n_1 = D \left\{ 1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{D^2} \right\}^{1/2} \xrightarrow{\text{DL}} D \left\{ 1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D^2} \right\} = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - ax \right)$$

$$n_2 = D \left\{ 1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{D^2} \right\}^{1/2} \xrightarrow{\text{DL}} D \left\{ 1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D^2} \right\} = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + ax \right)$$

et $n_2 - n_1 = \frac{1}{2D} (2ax) = \frac{ax}{D} \Rightarrow n_2 - n_1 \approx \frac{ax}{D}$

$$\Rightarrow I_{\text{tot}}(x) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{2D} \right) \Rightarrow I_{\text{tot}}(x) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right)$$

S_1
 S_2 $\Rightarrow$ interférence $= i = \frac{\lambda D}{a}$

1^{er} max $\rightarrow \cos^2(0) = 1$ il faut $x = 0$ $\leftarrow$ 1^{er} max
2^{ème} max $\rightarrow \cos^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda D}\right) = 1$ il faut $\frac{\pi ax}{\lambda D} = \pi \Rightarrow x = \frac{\lambda D}{a}$

Ordre de grandeur : $D = 1 \text{ m}$

$$a = 1 \text{ mm}$$

$$\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow i = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,5 \text{ mm} \text{ On le distingue à l'œil.}$$

$\rightarrow$ si $a \nearrow$ $i \searrow$ et après on ne voit plus les interférences car l'interfrange est trop petit