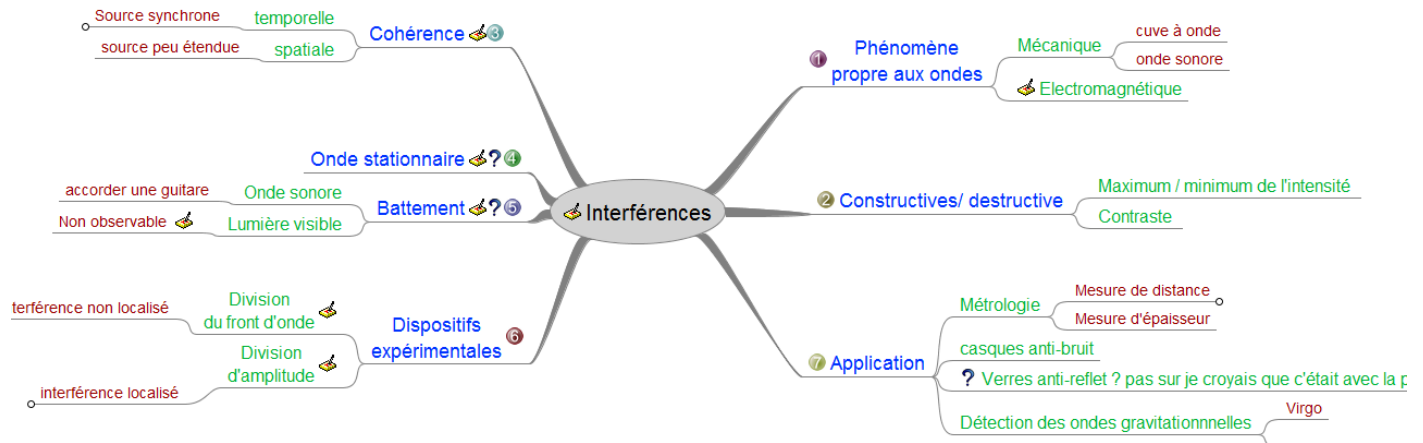


6-L-Interférences

Intro : Carte Mentale



Bibliographie : J'intègre PC-PC* et le Nathan optique ondulatoire

Post Bac Interférence à deux ondes : Trous de Young

Soit deux sources S_1 et S_2 qui émettent deux ondes cohérentes (nous verrons tout à l'heure ce que cela signifie exactement).

Chacune de ses ondes à une amplitude :

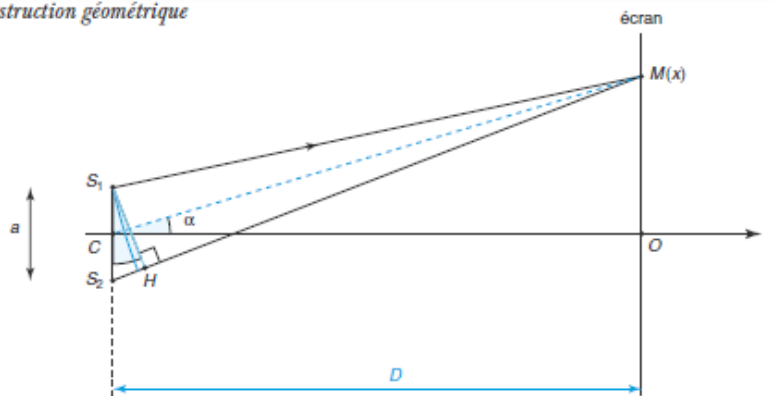
$$A_1 = A_{01} e^{i(\omega_1 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_1 + \varphi_1)}$$

$$A_2 = A_{02} e^{i(\omega_2 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_2 + \varphi_2)}$$

Avec φ_1 et φ_2 le déphasage de chacune des deux ondes.

Remarque : si l'onde traverse des milieu d'indices différents $r_1 = (S_1 M) = n S_1 M$

Construction géométrique



L'équation de propagation des ondes (de d'Alembert) étant linéaire, l'amplitude totale au point M est égale à la somme des deux amplitudes.

De plus comme on suppose que les deux sources ont la même amplitude $A_0 = A_{01} = A_{02}$ (justifié plus tard lorsque l'on va parler de cohérence)

$$A_{tot} = A_1 + A_2 = A_0 \left(e^{i(\omega_1 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_1 + \varphi_1)} + e^{i(\omega_2 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_2 + \varphi_2)} \right)$$

Partie réelle : $A_{tot} = A_0 (\cos(\omega_1 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_1 + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t - \vec{k} \cdot \vec{r}_2 + \varphi_2))$

Math : $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

$$A_{tot} = 2A_0 \cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)t - \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)t + \vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

Oscille à une fréquence élevée

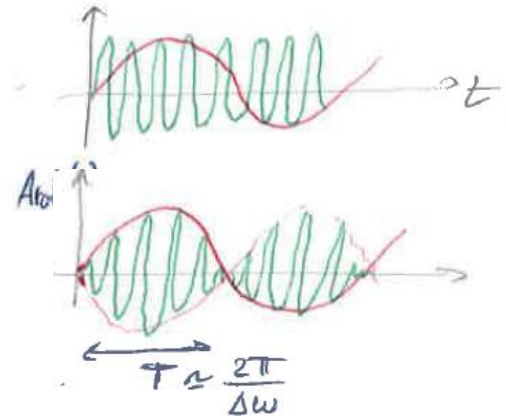
Oscille à une fréquence plus faible

C'est le phénomène de battement.

Non observable avec une onde lumineuse dans le visible car la durée d'intégration des détecteurs optiques usuels $\tau = 10^{-9} \text{s}^{-1}$ est très largement supérieur à la période des ondes lumineuses visibles

$$T = \frac{2\pi}{f} = \frac{2\pi\lambda}{c} = \frac{2\pi 500 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8} \approx 10^{-15} \text{s}^{-1}$$

Le détecteur va alors moyenner un grand nombre de période et on ne verra pas le phénomène de battement.



- Conditions d'interférences : Sources cohérentes

Remarque : on peut aussi avoir des ondes cohérentes si leurs différences de phase est indépendante du temps

Pour avoir des interférences il faut donc que les sources soient cohérentes et qu'elles aient la même pulsation $\omega = \omega_1 = \omega_2$

$$A_{tot} = 2A_0 \cos\left(\omega t + \frac{-\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

L'intensité lumineuse observée étant la moyenne de l'amplitude au carré.

$$I_{tot} = \langle A_{tot}^2 \rangle = 4 A_0^2 \left\langle \cos^2\left(\omega t + \frac{-\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right\rangle$$

$$I_{tot} = 4 A_0^2 \times \frac{1}{2} \times \cos^2\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

Remarque : Valeur moyenne de $\cos^2 = 1/2$

$$I_1 = \langle A_1^2 \rangle = \frac{1}{2} A_0^2 = I_0 \quad \text{donc } 2 A_0^2 = 4 I_0$$

$$I_{tot} = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

Les ondes issues de S1 et S2 doivent donc provenir de la même source S afin d'avoir la même pulsation (c'est aussi pour cela qu'on a considéré les amplitudes de S1 et S2 comme étant égales) et de cette manière ces deux ondes ont la même phase, elles sont synchrones d'où $\varphi_1 = \varphi_2$

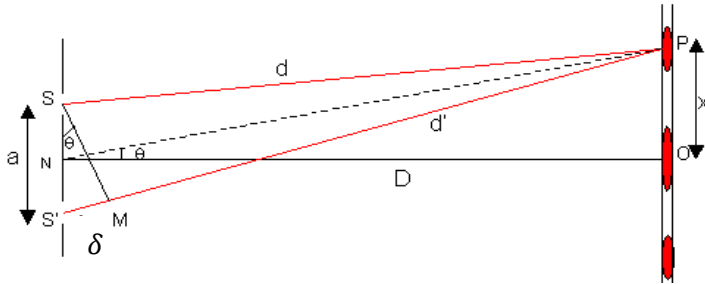
$$I_{tot} = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{2}\right)$$

Les dispositifs interférentiels que nous disposons permettent de « cloner » une source primaire S en 2 sources secondaires S1 et S2, dites mutuellement cohérentes. Qui délivre les mêmes trains d'onde $\varphi_1 = \varphi_2$

Différence de marche : $\delta = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = S_2H$ sur le schéma au tout début.

Pour calculer cette différence de marche, il y'a deux solutions :

- Une rigoureuse avec développement limité (voir annexe)
- Une moins rigoureuse avec les angles et en considérant que les sources sont éloigné de l'écran qui se situe à une distance D (celle qu'on fa faire là)



L'écran étant très éloigné des sources on peut considérer les triangles SS'P et SS'M comme étant rectangles. De plus les angles sont faibles

$$\tan \theta = \frac{x}{D} \approx \theta \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{\delta}{a} \approx \theta$$

D'où $\delta = \frac{ax}{D}$

$$I_{tot} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{2}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\omega ax}{c2D}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda D}\right)$$

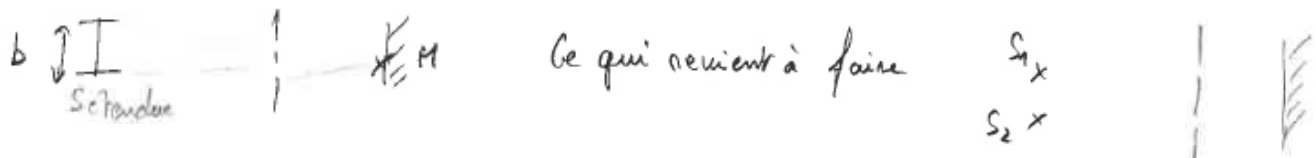
De cette manière on peut calculer les interférences constructive et destructive

Interférence constructive : $\cos^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda D}\right) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi ax}{\lambda D} = n\pi \quad \Leftrightarrow \quad x = n \frac{\lambda D}{a}$ avec n un entier naturel

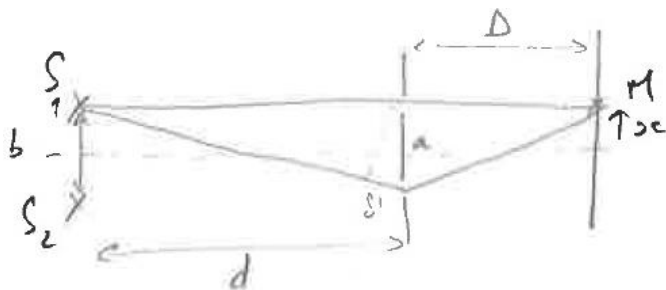
Interférence destructive : $\cos^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda D}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi ax}{\lambda D} = \pi\left(n + \frac{1}{2}\right) \quad \Leftrightarrow \quad x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$

Transition : A ce stade si l'on dispose 2 trou de Young devant le soleil, nous devrions observer des interférences, Or ce n'est pas ce qu'il se produit et ceux à cause de la cohérence spatiale.

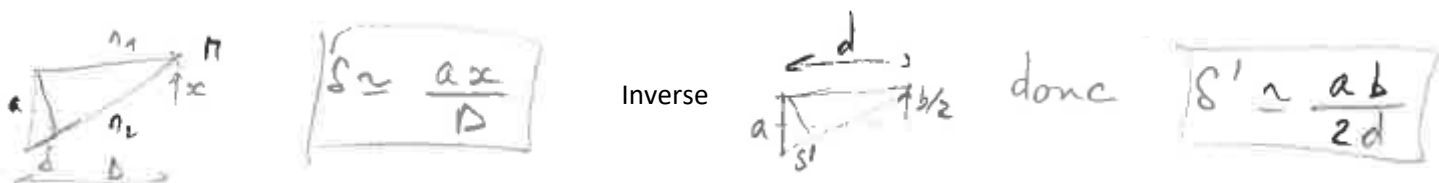
Cohérence spatiale : Source étendue



Cette fois il y a deux différences de marche : La même que précédemment δ qui reste inchangé



Pour calculer δ' il suffit de refaire ce que l'on a fait précédemment en retournant la figure



On obtient donc $I_1 = 4I_0 \cos^2\left(\frac{k(\delta+\delta')}{2}\right)$ et $I_2 = 4I_0 \cos^2\left(\frac{k(\delta-\delta')}{2}\right)$

$$I_{tot} = I_1 + I_2 = 4I_0 \left(\cos^2\left(\frac{k(\delta+\delta')}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{k(\delta-\delta')}{2}\right) \right)$$

Donc $I_{tot} = 2I_0((1 + \cos k(\delta+\delta')) + 1 + \cos k(\delta-\delta'))$

Soit $I_{tot} = 2I_0((2 + \cos k(\delta+\delta')) + \cos k(\delta-\delta'))$

Donc $I_{tot} = 2I_0((2 + 2\cos(k\delta) \cos(k\delta'))$

<u>Math :</u> $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$
--

$$I_{tot} = 4I_0 \left(1 + \cos\left(k\frac{ax}{D}\right) \cos\left(k\frac{ab}{2d}\right) \right)$$

Si $b \rightarrow 0$ alors on se ramène au cas précédent avec une seule source deux fois plus brillante

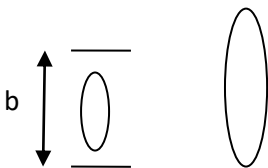
$$I_{tot} = 4I_0 \left(1 + \cos\left(k\frac{ax}{D}\right) \right)$$

Si b est quelconque alors I_{tot} varie entre $4I_0 \left(1 + \left| \cos\left(k\frac{ab}{2d}\right) \right| \right)$ et $4I_0 \left(1 - \left| \cos\left(k\frac{ab}{2d}\right) \right| \right)$

Remarque en TP on peut faire apparaître le 1^{er} brouillage ainsi que les autres avec un système parfaitement aligné (utiliser un banc d'optique) avec une source 2 trous de Young réglable et 2 autres trous de Young fixe. Et en faisant varier l'écart entre les 2 premiers trous de Young on fait apparaître les brouillages. (je pense qu'on peut utiliser des fentes à la place des trous)

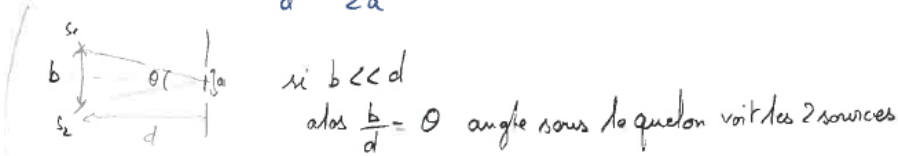
$I_{tot} = 4I_0$ si $k\frac{ab}{2d} = \frac{\pi}{2}$ et donc si on se ramène à une source étendue dès que $b > \frac{\pi d}{ka} = \frac{\lambda d}{2a}$ on ne pourra plus voir le phénomène d'interférence.

Pour comprendre pourquoi dès qu'on a $b > \frac{\pi d}{ka} = \frac{\lambda d}{2a}$ il faut se dire que « b = étendue de la source » donc si l'étendue de la source est $> b$ on aura toujours des rayons pour lesquelles $b = \frac{\lambda d}{2a}$ et donc brouillage



Interféromètre stellaire de Michelson ? (le garder pour les questions)

Michelson a vu $\frac{b}{d} = \frac{\lambda}{2a}$



Il a pris S_1 et S_2 2 étoiles éloignées et il a fait varier a (écart entre 2 trous) $\Rightarrow$ interféromètre stellaire de Michelson
 pratique: pour faire varier a entre les 2 trous c'est galère
 alors Michelson a utilisé des miroirs

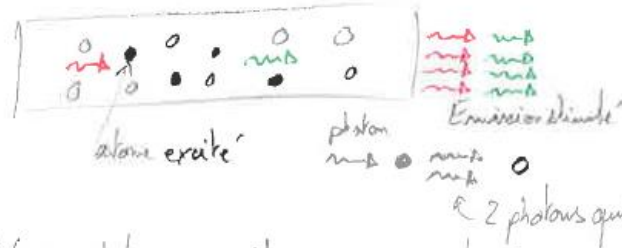
Cohérence temporelle

Pour illustrer cette notion de train d'onde, prenons le cas d'un LASER qui est souvent utilisé en salle de TP pour construire des figures d'interférence lumineuse.

Les photons d'une même couleur représente un même train d'onde (tous ces photons ont la même phase)

Le laser est la source la plus proche d'une source monochromatique (mais ça n'est pas une).

Emission chimique



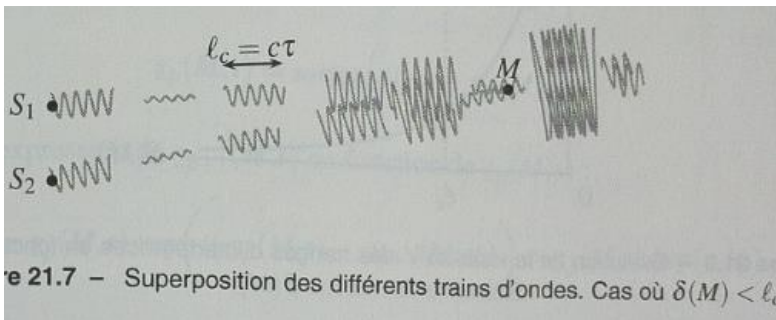
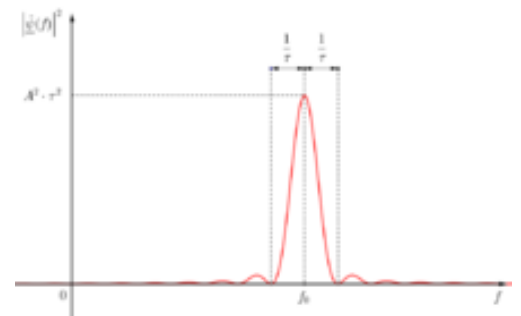
Dès un photon passe il y a une cascade de photons
 mais il peut y avoir un autre photon qui déclenche une autre vague

La durée d'un train d'onde est définie par le temps de cohérence : $\tau_c = \frac{1}{\Delta f}$

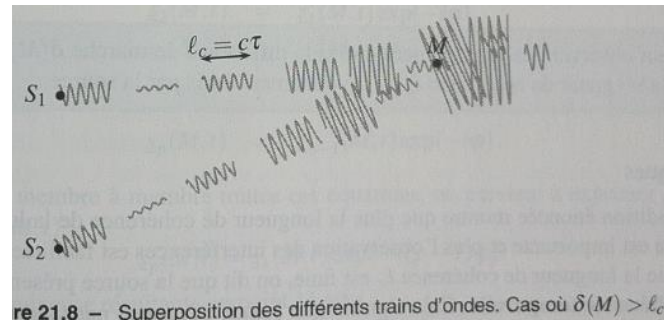
Avec Δf = la largeur de la raie

Pour un LASER qui est une source quasi-monochromatique le temps de cohérence est plutôt élevé car la raie est très fine.

On définit la longueur de cohérence comme étant $l_c = c \times \tau_c$



re 21.7 - Superposition des différents trains d'ondes. Cas où $\delta(M) < l_c$



re 21.8 - Superposition des différents trains d'ondes. Cas où $\delta(M) > l_c$

On ne peut observer les interférences que si la différence de marche reste inférieure à la longueur de cohérence l_c

C'est une façon simplifiée de voir les choses : L'autre façon est de dire que si les 2 ondes ne proviennent pas du même train d'onde alors elles n'ont pas exactement la même fréquence à cause de la largeur spectrale de la raie. Et donc on se retrouve comme dans le cas du doublet du sodium avec 2 ondes qui ont un λ_1 et λ_2 différents.

Quantitatif: $I_1(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_1 D}\right)$ et $I_2(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_2 D}\right)$

$I_{\text{tot}} = I_1(x) + I_2(x) = 4I_0 + 2I_0 \left(\cos \frac{2\pi ax}{\lambda_1 D} + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_2 D} \right)$

$I_{\text{tot}} = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \right)$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad \cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a-b}{2} \right) \cos \left(\frac{a+b}{2} \right)$

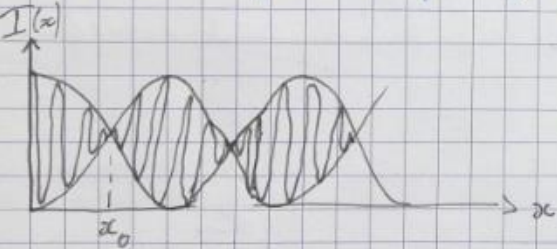
$\lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$

$I_{\text{tot}} = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi ax \Delta\lambda}{D \lambda^2} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{D \lambda} \right) \right)$

$4I_0 \left(1 + \cos \left(\psi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} S(M) \right) \right)$

Contraste donné par $C = \left| \cos \left(\frac{\pi ax \Delta\lambda}{D \lambda^2} \right) \right|$

Il s'annule pour la 1^{re} fois $\frac{\pi ax \Delta\lambda}{D \lambda^2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_0 \approx \frac{D \lambda^2}{2 a \Delta\lambda}$



Visible qu'avec un interféromètre de Michelson.

Si les 2 ondes proviennent de S_1 et S_2 mais avec $S(M) \leq c \tau_0 = L_c$ (longueur de cohérence) on va avoir interférence.

Si $S(M) > L_c$ le contraste va s'annuler (non observable avec fentes de Young mais observable avec interféromètre de Michelson)

Péda :

TS – 1h classe entière

Propriétés des ondes Diffraction. Influence relative de la taille de l'ouverture ou de l'obstacle et de la longueur d'onde sur le phénomène de diffraction. Cas des ondes lumineuses monochromatiques, cas de la lumière blanche. Interférences. Cas des ondes lumineuses monochromatiques, cas de la lumière blanche. Couleurs interférentielles. Effet Doppler.	Savoir que l'importance du phénomène de diffraction est liée au rapport de la longueur d'onde aux dimensions de l'ouverture ou de l'obstacle. Connaître et exploiter la relation $\theta = \lambda/a$. Identifier les situations physiques où il est pertinent de prendre en compte le phénomène de diffraction. Pratiquer une démarche expérimentale visant à étudier ou utiliser le phénomène de diffraction dans le cas des ondes lumineuses. Connaître et exploiter les conditions d'interférences constructives et destructives pour des ondes monochromatiques. Pratiquer une démarche expérimentale visant à étudier quantitativement le phénomène d'interférence dans le cas des ondes lumineuses. Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour mesurer une vitesse en utilisant l'effet Doppler. Exploiter l'expression du décalage Doppler de la fréquence dans le cas des faibles vitesses. Utiliser des données spectrales et un logiciel de traitement d'images pour illustrer l'utilisation de l'effet Doppler comme moyen d'investigation en astrophysique.
--	--

- Mise en évidence du phénomène : cuve à ondes. (pas trop longtemps car on parle plus des ondes lumineuses dans le BO)

Mettre une seule onde, puis deux et observations des interférences.

Les faire discuter sur le fait que l'amplitude des ondes résultante est renforcée ou nulle selon les directions.

- Démarche d'investigation : « Lumière + lumière = ? » (Bordas TS p 70)

Documents :

Doc 1 : Même texte que dans le livre.

Doc 2 : Schéma de l'expérience de Young

Doc 3 : a. Expérience de Young en lumière monochromatique.

b. Expérience de Young en lumière blanche. (Peuvent aussi être réalisées par l'enseignant)

Doc 4 : Schéma rappel : une onde se schématise par une sinusoïde (via cours d'un manuel)

Question : Que va-t-on observer en superposant la lumière passée par les deux ouvertures ?

Votre argumentation distinguera le cas de la lumière monochromatique et de la lumière blanche et devra s'appuyer sur des schémas (cf figure 6 p 75 Bordas).

Vous devrez également pour chacun de ces deux cas, compléter la phrase « lumière + lumière = ? »

- Bilan :

Sources cohérentes

Interférences constructives/destructives

Cas de la lumière monochromatique / Cas de la lumière blanche.

- Exercice d'application : le casque antibruit (pas trouvé dans les livres qu'on a, chercher ailleurs ou s'inspirer de l'activité du Nathan TS p 90)

Rq : S'en suivra l'activité expérimentale sur le phénomène d'interférences des ondes lumineuses.

Question :

- Connaissez-vous d'autres phénomènes d'interférences en dehors des ondes lumineuses ?

Le jury lui reproche de ne pas avoir mis d'autres types d'ondes dans sa carte mentale.

_ Pourquoi faut-il avoir la même fréquence pour observer le phénomène ?

_ Pourquoi a-t-on besoin de la diffraction avant les interférences dans votre présentation car en classe prépa c'est l'inverse dans la progression ?

Le jury précise sa question.

_ Quelle est la place de la diffraction dans les interférences ?

_ En quoi la notion d'onde est difficile pour les élèves ?

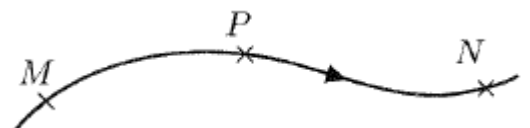
_ Pourquoi avez vous préféré passer par les ondes lumineuses pour illustrer les interférences ?

_ Comment définissez vous l'interfrange ? Distance sur l'écran séparant 2 maxima (resp : minima) successif d'intensité lumineuse.

_ L'interfrange est-elle constante dans la situation présentée ?

_ Qu'est ce que le chemin optique ? il s'agit de la longueur que parcourrait la lumière si elle se propageait dans le vide durant le temps t_{MN}

$$(MN) = c t_{MN} = n v t_{MN} = n MN$$



_ Pourquoi fait-on $I_{tot} = \langle A_{tot}^2 \rangle = \langle \|\vec{E}(M, t)\|^2 \rangle$ dans le cas des ondes électromagnétique ?

_ Pourquoi prendre E et non B ?

Les récepteurs ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent. Or dans le cours d'électromagnétisme, nous avons vu que pour une onde plane le vecteur densité de courant de puissance (appelé vecteur de Poynting) a pour expression dans le cas d'une onde plane

progressive dans la direction du vecteur unitaire $\vec{u}$: $\vec{\pi} = \epsilon_0 c E^2 \vec{u}$ car $\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ (ici on prend en compte B)

Donc l'éclairement se mesure en W.m^{-2}

On appelle *éclairement* $\mathcal{E}$ la puissance lumineuse surfacique **moyenne** reçue par une surface ; il se calcule par la formule :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle s(M, t)^2 \rangle \quad (1.1)$$

où K est une constante positive et où le symbole $\langle \dots \rangle$ désigne la moyenne dans le temps.

L'intensité se calcule de la même manière en changeant simplement la constante K .
On la confond parfois avec l'éclairement.

Annexe

3) Figures d'interférence

$$\Rightarrow I_{\text{tot}} = 4I_0 \cos^2 \left\{ \frac{k(n_2 - n_1)}{2} \right\}$$

Où se trouvent les régions le plus brillantes ? $n_2 = n_1$

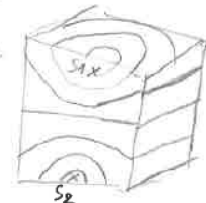


$$n_2 = n_1$$

$$\frac{k(n_2 - n_1)}{2} = \pi \Rightarrow n_2 - n_1 = \frac{2\pi}{k} = \lambda$$

$$n_2 - n_1 = \lambda \text{ hyperbole}$$

représentation dans le plan, on voit en 3D il faut faire tourner le point P autour de l'axe $S_1 S_2 \Rightarrow$ hyperboloïde.

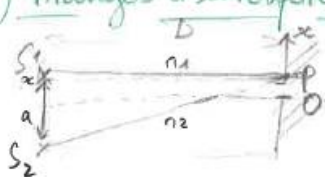


c'est ce qu'on observe sur un plan, très éloigné.



Démo avec développement limité : Interférence constructive et destructive

4) Franges d'interférences



pythagore : $S_1 P^2 = n_1^2 = D^2 + (x - \frac{a}{2})^2 \Rightarrow n_1 = \sqrt{D^2 + (x - \frac{a}{2})^2}$

$S_2 P^2 = n_2^2 = D^2 + (x + \frac{a}{2})^2 \Rightarrow n_2 = \sqrt{D^2 + (x + \frac{a}{2})^2}$

or $a \ll D$
 $x \ll D$

Math: DL: $(1 + \epsilon)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \epsilon$

$$\Rightarrow n_1 = D \left\{ 1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{D^2} \right\}^{1/2} \xrightarrow{\text{DL}} D \left\{ 1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2}{2D^2} \right\} = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - ax \right)$$

$$n_2 = D \left\{ 1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{D^2} \right\}^{1/2} \xrightarrow{\text{DL}} D \left\{ 1 + \frac{(x + \frac{a}{2})^2}{2D^2} \right\} = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + ax \right)$$

et $n_2 - n_1 = \frac{1}{2D} (2ax) = \frac{ax}{D} \Rightarrow n_2 - n_1 \approx \frac{ax}{D}$

$$\Rightarrow I_{\text{tot}}(x) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{2D} \right) \Rightarrow I_{\text{tot}}(x) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right)$$

S_1
 S_2 $\Rightarrow$ interférence $= i = \frac{\lambda D}{a}$

1^{er} max: $\cos^2(0) = 1$ il faut $x = 0$
2^{ème} max: $\cos^2(\frac{\pi ax}{\lambda D}) = 1$ il faut $\frac{\pi ax}{\lambda D} = \pi \Rightarrow x = \frac{\lambda D}{a}$

Ordre de grandeur : $D = 1 \text{ m}$

$a = 1 \text{ mm}$

$\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$

$\Rightarrow i = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,5 \text{ mm}$ On le distingue à l'œil.

$\rightarrow$ si $a \nearrow$ $i \searrow$ et après on ne voit plus les interférences car l'interfrange est trop petit

