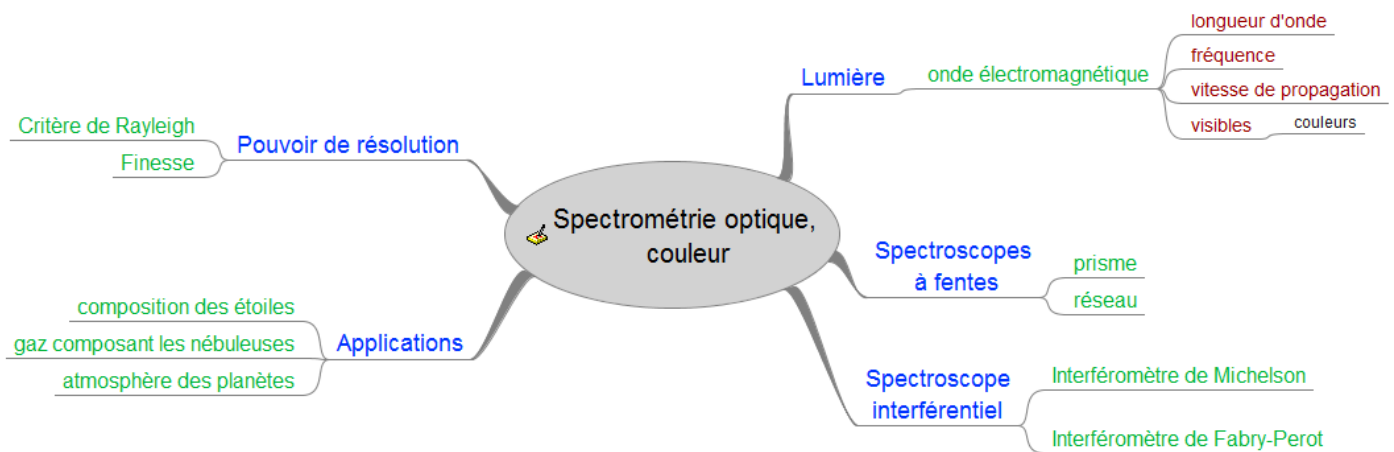


3-L- Spectrométrie optique, couleur

Intro : Carte Mentale



Discuter des problèmes et avantages liés à l'utilisation d'un prisme

Avantage du réseau

Spectrométrie interférentielle (Doublet du sodium)

Post Bac : Le réseau

Bibliographie : (1001 questions PC-PC* chap5 – Q26)

J'intègre PC-PC* (p 759-760) et le Nathan optique ondulatoire (p 186), optique ondulatoire Taillet (p105)

(Voir vidéo Taillet optique ondulatoire n°9 réseau)

1) Equation du réseau (1001 questions PC-PC* chap5 – Q26)

2) Distribution de l'intensité (incidence normale) Taillet p 105

3) Critère de séparation de Rayleigh. (1001 questions PC-PC* chap5 – Q29)

Péda :

Enchaîner la péda avec les 2nd ou autre niveau et faire de la spectro

Si on fait 2nd on va surtout parler du prisme et pas trop du réseau (même si on le mentionne aux élèves puisque dans les petits spectroscopes se sont des réseaux qui sont à l'intérieur)

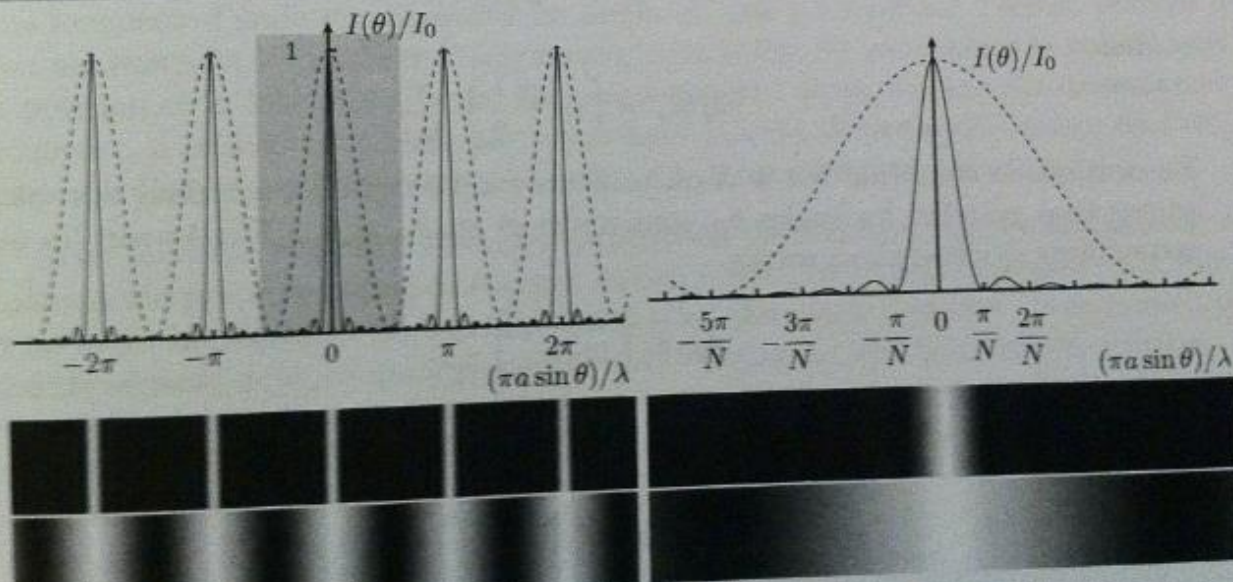
Faire la Démarche d'investigation (voir cours 2nd) (exercice trouver la classe spectrale d'une étoile)

Annexe

$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(N\pi a \sin \theta / \lambda)}{\sin^2(\pi a \sin \theta / \lambda)} \quad (4.5)$$

FIG. 4.3

Distribution de l'intensité en fonction de $\pi a \sin \theta / \lambda$ pour les fentes d'Young, soit $N = 2$ (trait fin) et pour un réseau à $N = 10$ fentes (trait épais). La figure de droite montre le détail de la zone grisée. Les figures du bas représentent les figures correspondantes que l'on verrait sur un écran (au milieu le réseau $N = 10$, en bas les fentes d'Young $N = 2$).



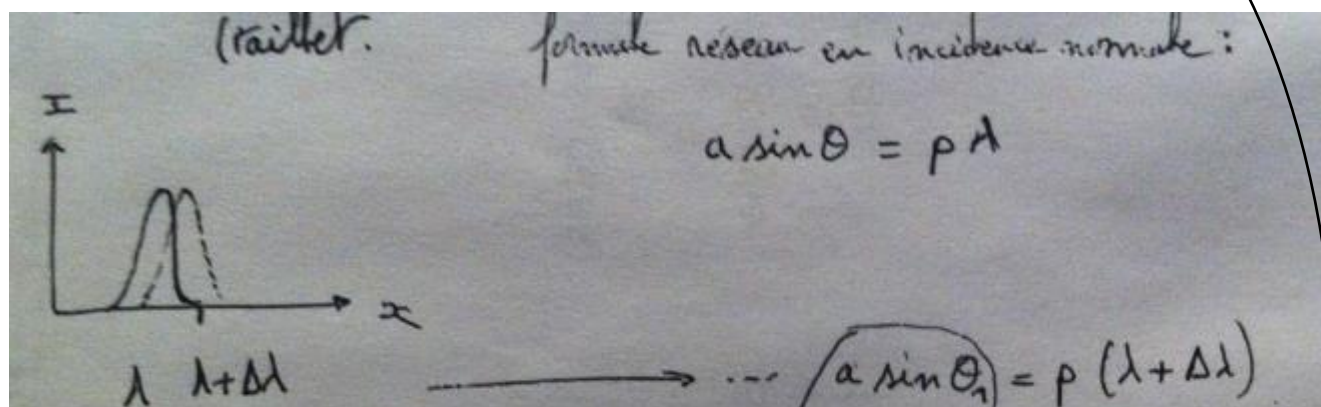
Pour trouver la demi-largeur du maximum d'intensité :

Le premier minimum apparaît lorsque le numérateur est nul :

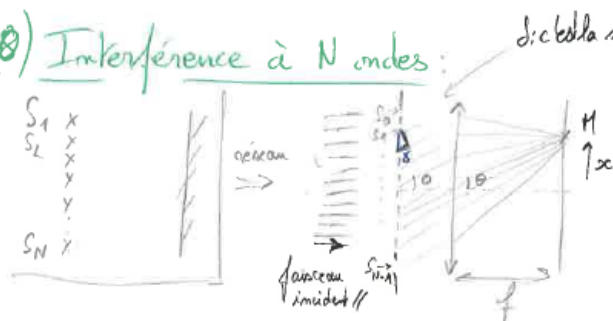
$$\frac{N\pi a \sin \theta_{\min=1}}{\lambda} = \pi$$

En fait : $\sin \theta_{\min} = \sin \theta_1$

et on a $a \sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{N}$



10) Interférence à N ondes :



Si c'est la // ce de chemin des fronts d'ondes (après la lentille ça nous intéresse pas car ce sont des rayons //

On a déjà vu que pour des angles petit θ : $x \approx f \theta$

$$\text{car } \sin \theta \approx \frac{x}{f} \Rightarrow \theta \approx \frac{x}{f}$$

↑
rayon qui passe par le centre de la lentille.

A_0 l'amplitude en M, associée à A_0
 A_p } avec $0 \leq p \leq N-1$

On va exprimer A_2 f (A_0) déjà fait avec interférence à 2 ondes.

avec $\delta = a \sin \theta$ (différence de marche)

d'où $A_1 = A_0 e^{ik\delta}$ (ce qui veut dire $A_1 = A_0$ mais déphasé de δ)

$$A_2 = A_1 e^{ik\delta} = A_0 e^{2ik\delta}$$

$$A_p = A_0 e^{ikp\delta}$$

$$\text{on } A_{\text{tot}} = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_p = \sum_{p=0}^{N-1} A_0 e^{ikp\delta} = A_0 \sum_{p=0}^{N-1} (e^{ik\delta})^p$$

Math: Suite géométrique

$$S = 1 + x + x^2 + \dots + x^{N-1}$$

$$xS = x + x^2 + \dots + x^N$$

$$S - xS = 1 - x^N$$

$$S = \frac{1 - x^N}{1 - x}$$

Somme de termes d'une série géométrique

⑬ Optique ondulatoire $A_{tot} = A_0 \frac{1 - e^{iRSN}}{1 - e^{iRS}}$

$$I = A_{tot} A_{tot}^* = A_0^2 \left(\frac{1 - e^{iRSN}}{1 - e^{iRS}} \right) \left(\frac{1 - e^{-iRSN}}{1 - e^{-iRS}} \right) = A_0^2 \left(\frac{1 + e^{-iRSN} - e^{iRSN} + e^0}{(1 - e^{iRS})(1 - e^{-iRS})} \right) = A_0^2 \left(\frac{2 - e^{-iRSN} - e^{iRSN}}{2 - e^{iRS} - e^{-iRS}} \right)$$

$$\Rightarrow I = A_0^2 \times \frac{2 - 2 \cos(RSN)}{2 - 2 \cos(RS)}$$

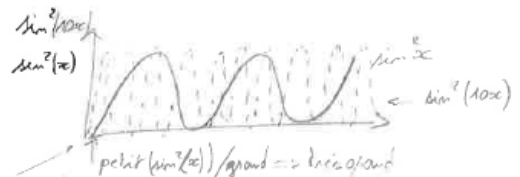
Math: $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$

$$\Rightarrow 1 - \cos(RSN) = 2 \sin^2 \left(\frac{RSN}{2} \right)$$

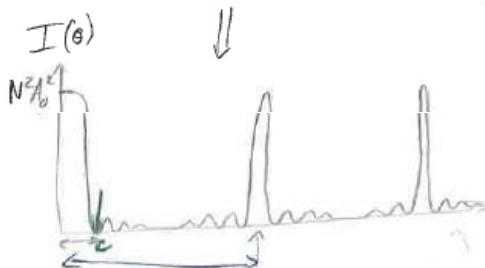
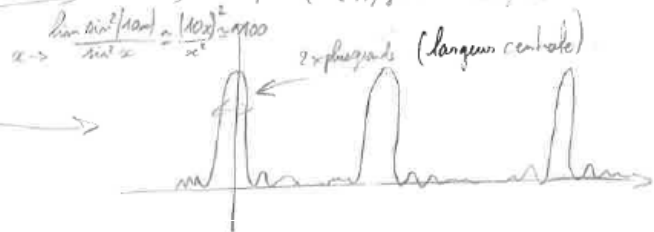
$$\Rightarrow I = A_0^2 \times \frac{\sin^2 \left(\frac{RSN}{2} \right)}{\sin^2 \left(\frac{RS}{2} \right)}$$

avec $S = a \sin \theta$

graphiquement



$$\Rightarrow I = A_0^2 \times \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} Na \sin \theta \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta \right)}$$



Distance entre les maxima ?

$I(x)$? $x = f\theta \Rightarrow \theta = \frac{x}{f}$ pi de petits angles

$$I(x) = A_0^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi Na x}{\lambda f} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda f} \right)}$$

en fait on a une forme indéterminée (dénominateur s'annule)

$$\Rightarrow \sin^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda f} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi a x}{\lambda f} = \pi \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{\lambda f}{a}} \quad 1^{\text{er}} \text{ max} \quad x_2 = \frac{2\lambda f}{a}$$

Remarque: si $N=2$ on retrouve la formule à 2 ondes (avec manipulations des sinus)

quelle est la largeur du pic centrale. (point c) $\rightarrow$ 1ère fois que le numérateur s'annule

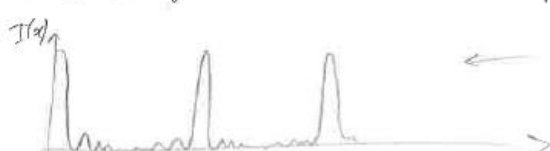
$$\Rightarrow \sin^2 \left(\frac{\pi Na x}{\lambda f} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi Na x}{\lambda f} = \pi \Rightarrow \boxed{x_c = \frac{\lambda f}{aN}} \Rightarrow \text{si } N \text{ grand trait central très fin.}$$

L'avantage du réseau c'est qu'on peut faire des franges extrêmement fines.

(x dépend de λ donc si on a une lumière avec 2 longueurs d'onde (spectre du sodium) on va avoir 2 pic)

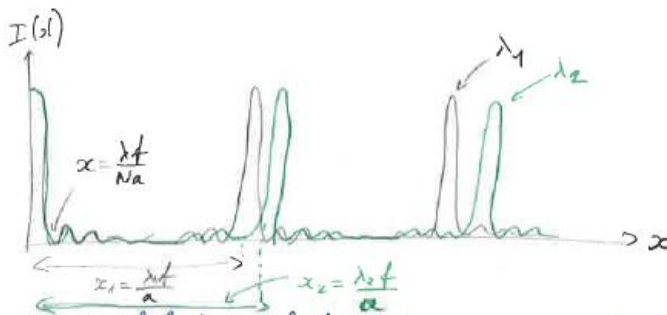
(Si N est petit les pics vont être large et on ne va rien voir.)

Si N est grand on va avoir un bon pouvoir de résolution



pour 2 longueurs d'onde
la ce qui est très rare

Que se passe-t-il
si on a plusieurs λ ?



si on $\nearrow \lambda$
 $\lambda_1 < \lambda_2$

Ce réseau sépare les différentes longueurs d'ondes qui sont contenues dans la source.

si λ_1 proche de λ_2 on aura pas forcément réussi à séparer les raies.

Pour y arriver il faut que la largeur des raies soient plus petite que leur séparation.

→ la largeur des raies: $x_f = \frac{\lambda f}{Na}$

→ écart entre 2 raies: $\frac{x_2 - x_1}{\delta x} = \frac{\lambda_2 f}{a} - \frac{\lambda_1 f}{a} \Rightarrow \frac{\delta \lambda f}{a} = \delta x$

Séparation si $x_f < \delta x$

$$\Rightarrow \frac{f \delta \lambda}{a} > \frac{\lambda f}{Na} \Rightarrow \boxed{N > \frac{a}{\delta \lambda}}$$

Si on s'était intéressé à l'ordre p $\Rightarrow \delta x = \frac{\delta \lambda x f p}{a} \Rightarrow$

$$\boxed{pN > \frac{a}{\delta \lambda}}$$

Pour le sodium

$$\delta \lambda = 0,6 \text{ nm}$$

$$\lambda = 589 \text{ nm}$$

$$pN > 981$$

si on veut voir au 1^{er} ordre les 2 raies il faut que $N \approx 1000$.

Un réseau est d'autant meilleur que son nombre de trait/mm est grand $\Rightarrow$ si a (pas du réseau) petit sa dispersion $\nearrow$ beaucoup.

Ça veut pas dire que le réseau va pouvoir séparer mieux les raies

Il faut donc $\nearrow N$ et pas forcément a.

a petit $\Rightarrow$ beaucoup de décalage des pics mais ça va aussi élargir les raies.

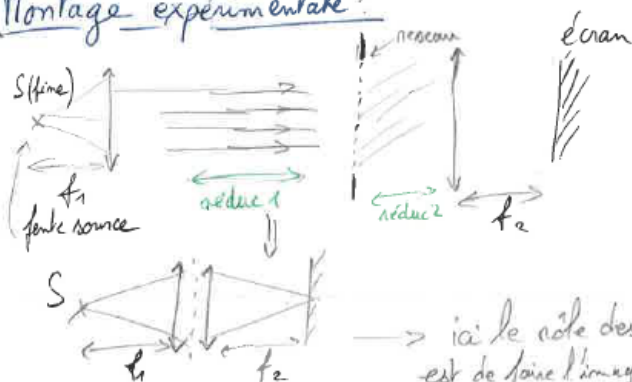
nombre de trou éclairé.

En TP pour le montrer on fait le montage avec un réseau on arrive à voir 2 raies distinctes

puis avec du papier on cache de la lumière arrivant sur le réseau $\Rightarrow$ a ne change pas, mais N $\searrow$ et au bout d'un moment on ne verra plus qu'une seule raie.

pour que le pouvoir de résolution soit bon il faut que le réseau soit le plus éclairé possible.

Montage expérimental:



Le problème c'est que ça peut prendre de la place mais il y a des astuces on peut gagner de la place réduction 1 et réduction 2 $\rightarrow$ important car si éloigné il y a des rayons qui peuvent sortir et ne pas aller jusqu'à la lentille.

ici le rôle des 2 lentilles est de faire l'image de S sur l'écran $\Rightarrow$

faute à faire et on a plus qu'à rajouter le réseau derrière

Péda :

Question :

Annexe

3. Pouvoir de résolution du prisme $R = \lambda/\Delta\lambda$:

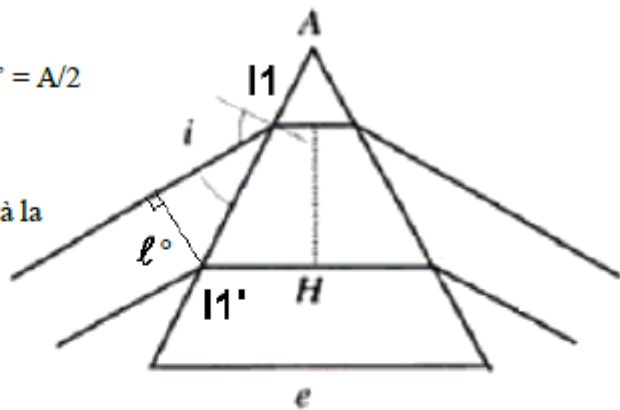
On se place au minimum de déviation $i = i'$ et $r = r' = A/2$

$$\text{Et } \begin{cases} D = 2i - A \\ \sin i = n \cdot \sin r = n \cdot \sin A/2 \end{cases}$$

La limitation du pouvoir de résolution peut être due à la diffraction du système dispersif (prisme).

D'après le critère de Rayleigh, on peut distinguer deux radiations si les deux faisceaux sortants forment un angle dD tel que :

$$\frac{\lambda}{\ell^\circ} \leq dD$$



$$\text{Or } dD = 2di \text{ et } \cos i \cdot di = dn \sin A/2 \text{ donc } di = \frac{\sin(A/2)}{\cos i} dn$$

$$\text{Et } dD = 2 \frac{\sin(A/2)}{\cos i} dn \text{ soit la dispersion angulaire } Da = \frac{dD}{d\lambda} = 2 \frac{\sin(A/2)}{\cos i} \frac{dn}{d\lambda}$$

D'où :

$$\frac{\lambda}{d\lambda \ell^\circ} \leq 2 \frac{\sin(A/2)}{\cos i} \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\frac{\lambda}{d\lambda} \leq 2 \ell^\circ \frac{\sin(A/2)}{\cos i} \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\frac{\lambda}{d\lambda} \leq 2 I_1 I_1' \sin(A/2) \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\text{or } \frac{\ell^\circ}{I_1 I_1'} = \sin(\pi/2 - i) = \cos i$$

avec $I_1 I_1' \sin(A/2)$ projection sur la base du prisme de valeur maximale e

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} \leq e \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

Pour le flint $dn/d\lambda = 10^5 \text{ m}^{-1}$

et la base du prisme $e = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

On en déduit $R = 4000$

Et $\frac{\lambda}{e} \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^{-1} \leq d\lambda$ soit $d\lambda > 0,3 \text{ nm}$

Doublet de Hg 577,0 nm et 579,1 nm discernables.

En pratique non discernables à cause de la diffraction de la fente source, donc diminuer la largeur de la fente source et voir apparaître les doublets.