

26m- Couplages

Intro : Carte Mentale

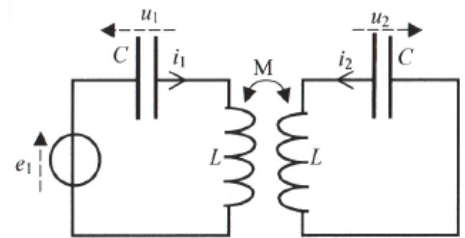
Oscillateur couplé : induction circuit RL
Vase de Tantale

Conclusion :

Exercice 3 : Couplage par mutuelle

Soient les deux circuits électriques ci-contre.

1. Déterminer le système d'équations régissant $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
2. On pose $S(t) = u_1 + u_2$ et $D(t) = u_1 - u_2$. Déterminer les équations vérifiées par S et D .
3. Déterminer les expressions de $S(t)$ et $D(t)$ en RSF puis en déduire les amplitudes U_1 et U_2 de $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
4. L'inductance mutuelle M est proportionnelle à L inductance propre de l'une ou l'autre bobine : $M = kL$ (k est appelé coefficient de couplage). Déterminer la valeur de k pour que le rapport des pulsations propres soit égal à 2.
5. Quelles sont les pulsations de résonance et d'antirésonance du système ? Commenter.



Couplage par mutuelle

112

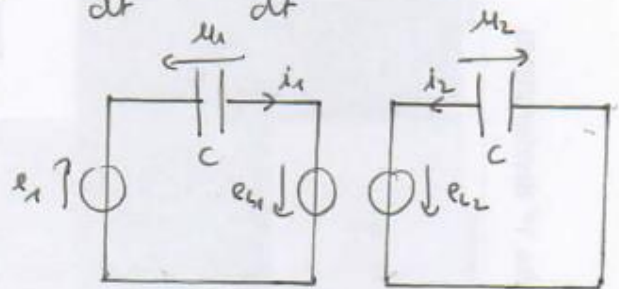
1. Flux traversant la bobine 1: $\phi_1 = L i_1 + M i_2$
 2. Flux traversant la bobine 2: $\phi_2 = L i_2 + M i_1$

Dans, on a les fem induites:

$$e_{L_1} = -L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{L_2} = -L \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

on a alors les circuits équivalents:



Loi des mailles:

$$\begin{cases} e_1 - u_1 + e_{C_1} = 0 \\ -e_{C_2} + u_2 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} i_1 = C \frac{du_1}{dt} \\ i_2 = C \frac{du_2}{dt} \end{cases}$$

D'où:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 + LC \frac{d^2 u_1}{dt^2} + MC \frac{d^2 u_2}{dt^2} & (1) \\ 0 = u_2 + LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + MC \frac{d^2 u_1}{dt^2} & (2) \end{cases}$$

1. (1)+(2): $e_1 = u_1 + u_2 + LC \frac{d^2}{dt^2} (u_1 + u_2) + MC \frac{d^2}{dt^2} (u_1 + u_2)$
 $\Rightarrow e_1 = S(t) + (L+M)C \frac{d^2 S}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 S}{dt^2} + \omega_{01}^2 S(t) = \omega_{01}^2 e_1(t)$
 2. (1)-(2): $e_1 = u_1 - u_2 + LC \frac{d^2}{dt^2} (u_1 - u_2) + MC \frac{d^2}{dt^2} (u_1 - u_2)$
 $\Rightarrow e_1 = D(t) + (L-M)C \frac{d^2 D}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 D}{dt^2} + \omega_{02}^2 D(t) = \omega_{02}^2 e_1(t)$

Avec $\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{(L+M)C}}$ et $\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{(L-M)C}}$

3. En RSF: $\underline{S} = \frac{\omega_{01}^2 \underline{e}_1}{\omega_{01}^2 - \omega^2}$ et $\underline{D} = \frac{\omega_{02}^2 \underline{e}_1}{\omega_{02}^2 - \omega^2}$

$$\text{on a } \begin{cases} S = M_1 + M_2 \\ D = M_1 - M_2 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} M_1 = \frac{S + D}{2} \\ M_2 = \frac{S - D}{2} \end{cases}$$

2/2

$$\text{D'où : } \begin{cases} \underline{M_1} = \left(\frac{\omega_{01}^2}{\omega_{01}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{02}^2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} \right) \frac{e_1}{2} = \frac{2\omega_{01}^2\omega_{02}^2 - \omega^2(\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)} \frac{e_1}{2} \\ \underline{M_2} = \left(\frac{\omega_{01}^2}{\omega_{01}^2 - \omega^2} - \frac{\omega_{02}^2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} \right) \frac{e_1}{2} = \frac{\omega^2(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)} \frac{e_1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Amplitude : } \begin{cases} U_1 = \left| \frac{2\omega_{01}^2\omega_{02}^2 - \omega^2(\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)} \right| \frac{e_{m1}}{2} \\ U_2 = \left| \frac{\omega^2(\omega_{02}^2 - \omega_{01}^2)}{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)} \right| \frac{e_{m2}}{2} \end{cases}$$

5 - on note $\omega_{01} = \omega_0$ et $\omega_{02} = k\omega_0$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC(1+k)}}$. On a alors :

$$U_1 = \left| \frac{8\omega_0^4 - 5\omega_0^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(4\omega_0^2 - \omega^2)} \right| \frac{e_{m1}}{2} \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{3\omega_0^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)(4\omega_0^2 - \omega^2)} \frac{e_{m2}}{2}$$

Resonance pour $\underline{\omega} = \underline{\omega_0}$ et $\underline{\omega} = \underline{2\omega_0}$ (max de U_1 et U_2)
 Antiresonance pour $\underline{\omega} = \underline{\sqrt{\frac{8}{5}}\omega_0} \approx \underline{1,63\omega_0}$ (min de U_1)