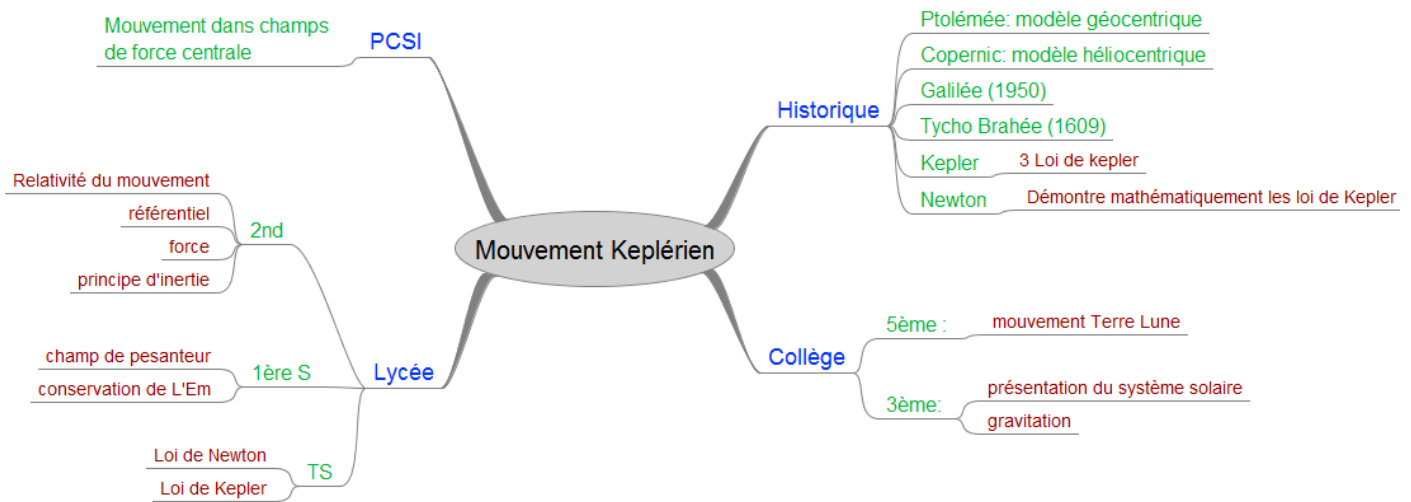


25e- Mouvements Képlériens

Intro : Carte Mentale



Partie Péda dans l'esprit de la carte mentale, on part du début pour arriver au supérieur.

Démarche d'investigation 3^{ème} :

Pré-requis : Avoir de l'imagination, avoir fait le cours sur le système solaire (avoir parlé de planète tellurique et gazeuse)

Situation déclenchante : Demander aux l'élèves d'essayer de faire prendre le virage à la bille en fer

Tout tourne dans l'Univers : Comment expliquer ce mouvement circulaire ?

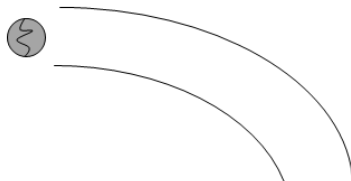
Hypothèse :

Votre mission est de faire prendre le « tournant » à cette bille ... si vous en êtes capable !

Liste du matériel :

|

Observation :



Remarque : Certains élèves n'ont pas d'hypothèses

Demander aux élèves de noter leurs hypothèses sur du brouillons pour que ceux qui ont peur le fasse quand même

(Le mot « fer » leur donne l'idée d'utiliser un aimant)

On s'inscrit dans la démarche scientifique : On demande aux élèves de rédiger un compte rendu en rappelant

- But
- Hypothèses (ils collent leurs brouillons)
- Protocole expérimental : (Explication + schéma)
- Observation
- Conclusion

A la fin de la séance débat entre les élèves pour essayer de convaincre les autres que leurs hypothèses est la meilleurs :

Principale hypothèses : Il y'a un fil qui relie les planètes (mouvement de fronde), impossible car comme les planètes tournent dans le plan de l'écliptique alors ces dernières s'enrouleraient

Aimant avec la bille en fer : c'est du à l'aimantation de la Terre (Terre constitué d'un noyau de fer) : impossible car les planètes gazeuses ne sont pas en fer et pourtant elles sont attirée par le Soleil

Travail maison : Donner un texte de Newton et analyser le texte sous la forme d'une carte mentale

Pour aller plus loin parler de manga science la BD

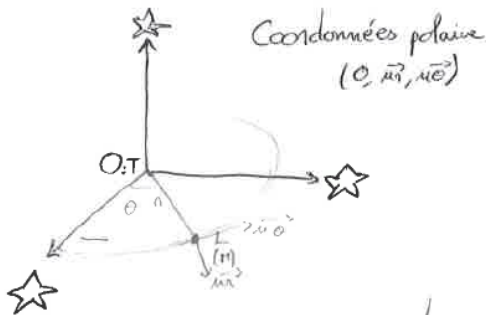
Post Bac : Tec et doc 1^{ère} Année MPSI (Grélias et Migeon) p470 + j'intègre tout en un MPSI

Pour faire la transistion avec la partie 3^{ème} dire qu'on étudie le mouvement de rotation de la lune autour de la Terre.

On va faire la démo des lois de Kepler dans le désordre car Kepler a mis une 20aines années pour les énoncer
Il a découvert la 2^{ème} Loi de Kepler puis la 1ere mais il les a énoncés en même temps en 1609 et pour la 3^{ème} il l'a énoncé en 1618.

1. Champ newtonien gravitationnel.

1) Champ newtonien gravitationnel. On se place dans un ref géocentrique, considère comme Galiléen.



Interaction attractive entre 2 points matériel O(M_T) et M (m_L).

$$\vec{f}_{m_T/m_L} = -G \frac{m_T \times m_L}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{interaction attractive.}$$

force centrale conservative (indépendante du chemin suivi)

d'où
$$E_p = -G \frac{m_T \times m_L}{r}$$

$$\text{car } \vec{f}_{m_T/m_L} = -\frac{dE_p}{dr} \Rightarrow dE_p = -\vec{f}_{m_T/m_L} dr$$

$$\Rightarrow E_p = \int G \frac{m_T \times m_L}{r^2} dr = -G \frac{m_T \times m_L}{r} + \text{cte}$$

$$\text{or } E_p = 0 \text{ pour } r \rightarrow \infty.$$

2) Conservation du moment cinétique. (coordonnées cylindrique $O, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$) $\vec{O}H = r\vec{u}_1$

$$\vec{L}_0 = \vec{O}H \wedge \vec{p} = \vec{O}H \wedge m\vec{v} = m r \vec{u}_1 \wedge (\dot{r}\vec{u}_1 + r\dot{\theta}\vec{u}_2)$$

$$v = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\vec{u}_1 + r\dot{\theta}\vec{u}_2$$

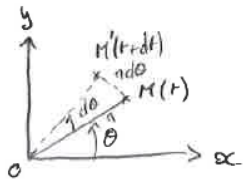
$$\Rightarrow \vec{L}_0 = m \begin{vmatrix} r\vec{u}_1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} \dot{r}\vec{u}_1 \\ r\dot{\theta}\vec{u}_2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ m r^2 \dot{\theta} \end{vmatrix}$$

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{O}H \wedge \vec{f}_n = r\vec{u}_1 \wedge f(r)\vec{u}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_0 = \text{cte}$$

(à $t=0$ $\vec{L}_0 = m r_0 \vec{u}_1 \wedge \vec{v}_0 = \text{cte}$
 à $t=t$ $\vec{L}_0 = m r \vec{u}_1 \wedge \vec{v} = \text{cte}$ et toujours colinéaire à $\vec{u}_3$ donc on a un mvt plan.)

$$\vec{L}_0 = m r^2 \dot{\theta} \vec{u}_3 = \text{cte} \text{ ce qui conduit à } C = r^2 \dot{\theta} = \frac{L_0}{m} \text{ La constante des aires}$$

2^{ème} Loi de Kepler



L'aire dA balayée pendant dt est = à l'aire du triangle OMM'

$$dA = \frac{1}{2} r \times r d\theta = \frac{r^2}{2} d\theta \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\theta} = \frac{C}{2} = \text{vitesse areolaire}$$

$$\Rightarrow dA = \frac{C}{2} dt \Rightarrow [A]_0^t = \frac{1}{2} C t \text{ aire balayée par } \vec{O}H \text{ est proportionnelle au temps.}$$

→ énoncé de la 2^{ème} Loi.

2. 2^{ème} loi de Kepler : « Les aires A balayé par le rayon Soleil-planète sont proportionnelles au temps mis pour les balayer »

3) Force conservative - Energie mécanique constante

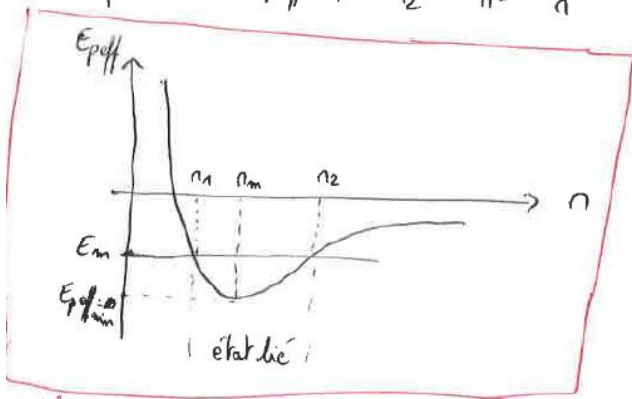
$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m_T \times m}{a} \quad \text{or} \quad \vec{v} = (\dot{r}\vec{u}_1 + r\dot{\theta}\vec{u}_2) \Rightarrow v^2 = (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) = (\sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2})^2$$

$$\text{d'où } E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m \frac{C^2}{r^2} - G \frac{m_T \times m}{a}$$

avec E_{peff} = Energie potentielle effective du point matériel considéré.

$$E_m = E_c + E_{\text{peff}} \Rightarrow E_c = E_m - E_{\text{peff}} \geq 0$$

On représente $E_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{2} m \frac{c^2}{r^2} - \frac{K}{r} = f(r)$



Tableau

Si $E_m > 0$ état de diffusion.

$E_m < 0$ et tel qu'il est on a un état ~~de~~ lié.

avec r_1 et r_2 qui correspondent aux 2 foyers de l'ellipse.

Si $E_{\text{eff}} = E_{\text{eff min}}$ on a un cercle de rayon r_m .

1^{ère} Loi de Kepler : "La trajectoire d'une planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers".

3. 1^{ère} loi de Kepler : « La trajectoire d'une planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers »

Si l'excentricité de l'ellipse (e tend vers 0) alors on s'approche de la trajectoire d'un cercle (or pour la Terre et la Lune $e = 0$)

Application du PFD - 3^{ème} Loi de Kepler.

Is à trajectoire circulaire

$$\vec{F}_n = m\vec{a}$$

$$-\frac{G m_T m}{r^2} = -m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_T}{r}} \quad (\text{vitesse uniforme})$$

La période de révolution est le temps nécessaire au point M pour parcourir la trajectoire de circonférence $2\pi r$ à la vitesse v .

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G m_T}{r}}} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_T}$$

Application : calculer la vitesse v de la lune.

ng; Dans le cas d'une ellipse on remplace r par a .

3^{ème} Loi de Kepler.

"Le carré de la période de révolution d'une planète autour du soleil est proportionnel au cube du demi-grand axe a de sa trajectoire elliptique."

3^{ème} loi de Kepler : « Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est constant pour toutes les planètes du système solaire »

Question :

- 1) Comment décrire le mouvement géocentrique dans l'héliocentrique ? (je ne suis pas sûr de la question)
- 2) Est-ce raisonnable d'assimiler un cercle au mouvement de la Terre alors que c'est une ellipse ?
- 3) Quelle est le paramètre ? L'excentricité

- 4) D'où sort E_p effectif dans la démonstration ?
- 5) quelle est la définition de E_m pour un point matériel ?
- 6) Qu'est ce qu'une position de stabilité ?
- 7) Quelle est l'épistémologie de vitesse aréolaire ?
- 8) Système binaire d'étoile comment transposer l'étude ? on se place dans le référentiel Barycentrique qui dépend de la masse de chacune des étoiles
- 9) Activité lancé avec une photo des marées. Ce n'est pas top comment faire mieux ?

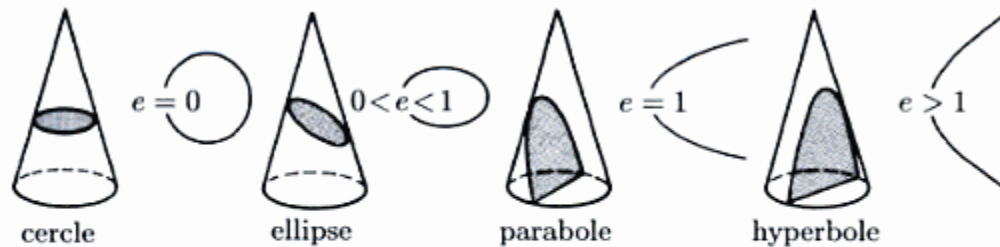


Fig. 5.7 Une section conique s'obtient par intersection d'un cône de révolution par un plan. Elle est caractérisée par son excentricité e . La parabole et l'hyperbole sont des courbes ouvertes. Une ellipse dont l'excentricité s'approche de 1 tend vers une parabole.