

21-L- Transmission de l'information

Bibliographie :

- Bellier agrégation électricité électromagnétisme
- TS : Bordas

Intro : Carte Mentale

Post Bac : Câble coaxial

15.1.5 Onde électrique dans un câble coaxial

a) Présentation du câble coaxial

Un tel type de câble possède la structure concentrique suivante :

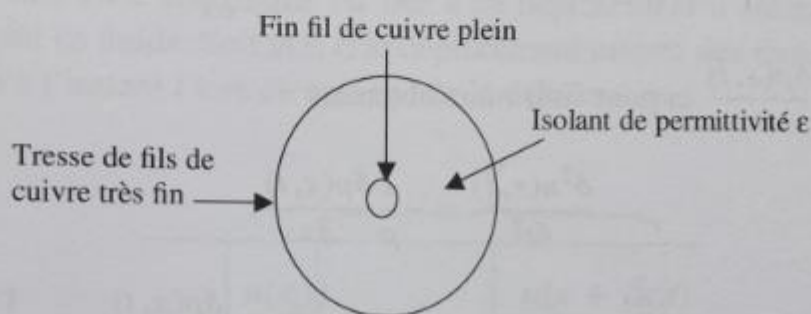


Figure 15.6

La structure extérieure constituée par la tresse plate de fils très fin joue le rôle de cage de Faraday et isole le fil central des perturbations électromagnétiques extérieures. C'est pour cette raison que l'on utilise ce type de câble pour le transport de données comme les signaux TV et dans les réalisations de réseaux informatiques. L'étude de la structure montre que la tresse joue un rôle équivalent à une bobine et qu'il existe aussi un condensateur cylindrique entre le fil plein et la tresse. On modélise alors un tronçon de câble coaxial entre les abscisses x et $x+dx$ par le schéma dit à « constantes

réparties » suivant, en négligeant toute perte énergétique (pas de résistance de fuite au condensateur et pas de résistance interne à la bobine) :

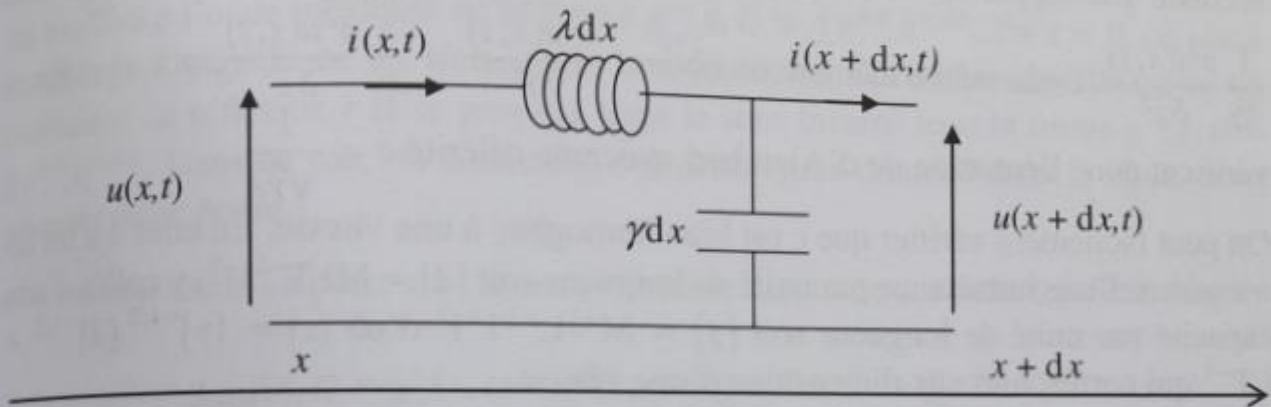


Figure 15.7

Si λ représente l'inductance linéique et γ la capacité linéique du câble, ce morceau de câble de longueur dx possède une inductance $dL = \lambda dx$ et une capacité $dC = \gamma dx$.

b) Mise en équation

Écrivons les lois des mailles et des nœuds il vient :

$$\begin{cases} u(x, t) = \lambda dx \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} + u(x + dx, t) \\ i(x, t) = \gamma dx \frac{\delta u(x + dx, t)}{\delta t} + i(x + dx, t) \end{cases}$$

(En remarquant que $u_L = L di/dt$ et que $i_c = C du_c/dt$). Écrivons que $u(x + dx, t) - u(x, t) = \frac{\delta u(x, t)}{\delta x} dx$ et que $i(x + dx, t) - i(x, t) = \frac{\delta i(x, t)}{\delta x} dx$, il vient :

$$\begin{cases} -\frac{\delta u(x, t)}{\delta x} = \lambda \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\ -\frac{\delta i(x, t)}{\delta x} = \gamma \frac{\delta u(x + dx, t)}{\delta t} \end{cases}$$

En remplaçant $u(x + dx, t)$ par $u(x, t) + \frac{\delta u(x, t)}{\delta x} dx$ dans la seconde équation, il vient

$\frac{\delta u(x + dx, t)}{\delta t} = \frac{\delta u(x, t)}{\delta t} + \frac{\delta^2 u(x, t)}{\delta x \delta t} dx$. En restant au premier ordre on obtient le système d'équations couplées suivant :

$$\begin{cases} -\frac{\delta u(x, t)}{\delta x} = \lambda \frac{\delta i(x, t)}{\delta t} \\ -\frac{\delta i(x, t)}{\delta x} = \gamma \frac{\delta u(x, t)}{\delta t} \end{cases}$$

Pour découpler ces deux relations dérivons la première par rapport au temps et la seconde par rapport à x et remarquons que $\frac{\delta^2 u}{\delta x \delta t} = \frac{\delta^2 u}{\delta t \delta x}$. Il vient $\frac{\delta^2 i(x, t)}{\delta t^2} = \frac{1}{\lambda \gamma} \frac{\delta^2 i(x, t)}{\delta x^2}$. De la même manière on obtient $\frac{\delta^2 u(x, t)}{\delta t^2} = \frac{1}{\lambda \gamma} \frac{\delta^2 u(x, t)}{\delta x^2}$. $u(x, t)$ et $i(x, t)$ vérifient donc l'équation de d'Alembert avec une célérité $c = \frac{1}{\sqrt{\lambda \gamma}}$.

On peut facilement vérifier que c est bien homogène à une vitesse. En effet λ a les dimensions d'une inductance par unité de longueur soit $[\lambda] = \text{MLT}^{-2}\text{I}^{-2}$, γ celles d'une capacité par unité de longueur soit $[\gamma] = \text{M}^{-1}\text{L}^{-3}\text{T}^4\text{I}^2$ d'où $[c] = [\gamma]^{-1/2} [\lambda]^{-1/2} = \text{LT}^{-1}$ qui correspond aux dimensions d'une vitesse.

La tension et le courant sont solutions de l'équation d'onde :

$$\frac{\delta^2 s(x, t)}{\delta x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 s(x, t)}{\delta t^2} = 0.$$

c) Résolution et impédance de ligne

Les solutions sont du type $s^+(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ pour une onde de pulsation ω se propageant dans le sens des x croissants et du type $s^-(x, t) = B \cos(\omega t + kx)$ pour une onde se propageant dans le sens des x décroissants, avec $k = \omega/c$.

Écrivons les solutions générales en notation complexe dans le cas d'une onde se propageant dans le sens des x croissants : $\underline{u}^+(x, t) = \underline{A} e^{j\omega t} e^{-jkx}$ et $\underline{i}^+(x, t) = \underline{I} e^{j\omega t} e^{-jkx}$

et formons $\frac{\delta \underline{u}}{\delta x} = -jk \underline{u}$ et $\frac{\delta \underline{i}}{\delta t} = j\omega \underline{i}$. La relation $-\frac{\delta u(x, t)}{\delta x} = \lambda \frac{\delta i(x, t)}{\delta t}$ devient alors

$$k \underline{u}^+ = \lambda \omega \underline{i}^+ \text{ donc } \underline{u}^+ = \frac{\lambda \omega}{k} \underline{i}^+ = \frac{\lambda k c}{k} \underline{i}^+ = \lambda c \underline{i}^+ = \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}} \underline{i}^+ = Z_C \underline{i}^+, \text{ où } Z_C = \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}}$$

représente l'impédance caractéristique de la ligne telle que $\underline{u}^+(x, t) = Z_C \underline{i}^+(x, t)$.

Que se passe-t-il si on considère maintenant une onde se propageant dans le sens des x décroissant ? $\underline{u}^-(x, t) = \underline{B} e^{j\omega t} e^{+jkx}$ et $\underline{i}^-(x, t) = \underline{I}' e^{j\omega t} e^{+jkx}$. Formons $\frac{\delta \underline{u}}{\delta x} = +jk \underline{u}$

et $\frac{\delta \underline{i}}{\delta t} = j\omega \underline{i}$. La relation $-\frac{\delta u(x, t)}{\delta x} = \lambda \frac{\delta i(x, t)}{\delta t}$ devient alors $-k \underline{u}^- = \lambda \omega \underline{i}^-$ donc

$$\underline{u}^- = -\frac{\lambda \omega}{k} \underline{i}^- = -\frac{\lambda k c}{k} \underline{i}^- = -\lambda c \underline{i}^- = -\sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}} \underline{i}^- = Z_C \underline{i}^-, \text{ où } Z_C = \sqrt{\frac{\lambda}{\gamma}} \text{ représente}$$

l'impédance caractéristique de la ligne telle que $\underline{u}^-(x, t) = -Z_C \underline{i}^-(x, t)$. Cette impédance est caractéristique du câble, elle est indépendante de sa longueur, sa valeur est normalisée à 50 Ω ou à 75 Ω .

Idée : On peut montrer l'atténuation à cause des pertes par effet Joule en mesurant la tension d'entrée et la tension de sortie

Une fois fait on peut mesurer l'atténuation.

$$\left. \begin{array}{l} V_e = 1,88V \\ V_s = 0,58V \end{array} \right\} G_{dB} = 20 \log \frac{V_s}{V_e} = -10 \text{ dB}.$$

(le jury a un problème
il ne semble pas d'accord
avec quelque chose)

On peut voir qu'il y a déformation du signal.

d) Ondes incidentes et réfléchies : coefficient de réflexion

On considère un câble semi-infini de $-\infty$ à $x = 0$; on place un générateur en $-\infty$ qui engendre l'onde incidente de la forme $\underline{u}^+(x, t) = \underline{A} e^{j\omega t} e^{-jkx}$. En $x = 0$, on place une charge d'impédance Z_e . Cette onde se réfléchit sur l'extrémité du câble avec un coefficient de réflexion r et se propage dans le sens inverse sous la forme $\underline{u}^-(x, t) = \underline{B} e^{j\omega t} e^{+jkx}$. Dans ce cas, où coexistent les deux types d'ondes dans la ligne, nous pouvons donc écrire :

- la tension totale au point x à l'instant t comme la somme des deux tensions simples

$$\underline{u}_{\text{total}}(x, t) = \underline{u}^+(x, t) + \underline{u}^-(x, t) = \underline{A} e^{j\omega t} e^{-jkx} + \underline{B} e^{j\omega t} e^{+jkx};$$

- l'intensité totale au point x à l'instant t comme la somme des deux courants simples

$$\underline{i}_{\text{total}}(x, t) = \underline{i}^+(x, t) + \underline{i}^-(x, t) = \frac{1}{Z_C} [\underline{u}^+(x, t) - \underline{u}^-(x, t)] = \frac{1}{Z_C} (\underline{A} e^{j\omega t} e^{-jkx} - \underline{B} e^{j\omega t} e^{+jkx}).$$

Écrivons à présent les conditions aux limites pour $x = 0$.

$$i_{\text{total}}(x = 0, t) = \frac{1}{Z_C}(\underline{A}e^{j\omega t} - \underline{B}e^{j\omega t}) = \frac{1}{Z_e}u_{\text{total}}(x = 0, t) = \frac{1}{Z_e}(\underline{A}e^{j\omega t} + \underline{B}e^{j\omega t}),$$

on se retrouve avec une relation $\frac{1}{Z_C}(\underline{A} - \underline{B}) = \frac{1}{Z_e}(\underline{A} + \underline{B})$ que l'on peut encore écrire sous la forme $\frac{\underline{B}}{\underline{A}} = \frac{Z_e - Z_C}{Z_e + Z_C} = r$.

Analysons ce résultat ; trois cas se présentent :

- si $Z_e = 0$ (la sortie du câble est en court-circuit) alors $r = -1$, l'onde réfléchie est en opposition de phase avec l'onde incidente ;
- si $Z_e = \infty$ (la sortie du câble est laissée libre) alors $r = +1$, l'onde réfléchie est en phase avec l'onde incidente ;
- si $Z_e = Z_C$ alors $r = 0$, il n'y a plus d'onde réfléchie.

Remarque

L'approche théorique des ondes sur la corde et dans le câble coaxial est partiellement inspiré de l'ouvrage *Physique Tout-en-un PSI, PSI**, dir. Marie-Noëlle Sanz et Bernard Salamito, collection « J'intègre », Dunod, 2010. Vous pouvez vous y référer pour plus de détails.

Péda : TS

Question :

- 1) Pas de frottement lorsqu'il y a roulement ?

- 2) et la roue du TGV ?
- 3) Le fait d'avoir une brosse avec des roues qu'est ce que cela permet de gagner ?
- 4) Expliquer la courbe $C_x=f(Re)$.
- 5) Sur la première partie comment passer du C_x en $/Re$?
- 6) Question sur le développement limité à la 3^{ème} partie
- 7) Comment passer de $\frac{dV_x}{dy} dx$ à $dF_v = \eta \frac{dV_x}{dy} dS$
- 8) Que vont faire les élèves qui ne vont pas utiliser la chronophotographie ? Ceux qui mesurent dès le départ vont avoir une vitesse moyenne
- 9) Quelle est la différence entre le mouvement de la chute de la bille et celle du parachutiste ?
- 10) Si on calcule le Re de la bille ? **écoulement laminaire alors que pour le parachutiste $Re > 2000$ donc on va avoir un écoulement turbulent. Il faut également prendre en compte la poussée d'Archimède**
- 11) Frottement d'un point de vue microscopique ?
Moins de force de van der Waals
- 12) Vous avez dit « avec les frottements il y'a souvent perte » pouvez-vous expliquer ? **(il faudrait plutôt dire dissipation d'énergie sous une autre forme)**

