

20-M-Frottements

- Biblio :**
- BUP – 474 (Mr AZEMA)
 - Quanranta de mécanique p 171
 - Tec et doc BCPST 2ème année p 504



Intro :

Deux types de frottements (commencer par les solides et enchaîner par les fluides)
Qui s'oppose au mouvement mais nécessaire pour se déplacer

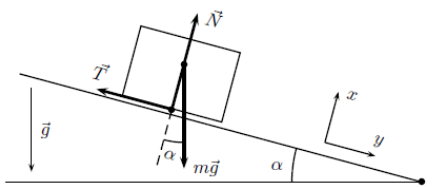
- I. **Frottement solide : Loi de coulomb (Quantitatif)**
 1. **détermination du coefficient de frottement statique** (plan incliné) **Quanranta de mécanique p 171**
 2. **détermination du coefficient de frottement dynamique** (2 masses avec une poulie : l'une chute entraînant l'autre) **(BUP)**
- II. **Frottement fluide :**
 1. **Viscosimètre à bille : Chute glycérol. Viscosité dynamique du fluide. (quantitatif : Tec et doc BCPST 2ème année p 504 ou Duffait CAPES p 249)**
Evaluer le nombre de Reynolds pour la validité de la formule de Stokes ($Re < 1$)
(Incertitude de type A avec webcam)
 2. **Vase de Mariotte : Poiseuille. (quantitatif : Tec et doc BCPST 2ème année p 504)**
Ré-utiliser la formule de l'hydrostatique pour la pression dans le vase de Mariotte
Vérifier qu'on a bien un écoulement laminaire ($Re < 2000$)
 3. **Pendule visqueux (oscillation).** (Régime critique, apériodique).
Visualisations des différents régimes (qualitatif)
Mesure de la viscosité d'un fluide en régime pseudo périodique (Quanranta mécanique p 296)

Conclusion : Enjeux des frottements :

- Transport
- Battiment (force du vent)
- Sport (golf, tennis, natation ,etc ...)
- acheminement des fluides (hydrocarbure, etc, ...)

I. Frottement solide : Loi de coulomb (Quantitatif) (2 méthodes quaranta)

-détermination du coefficient de frottement statique (plan incliné) (Mécanique du solide et des systèmes nathan (vert))



À l'équilibre: Loi de Coulomb: $\vec{T} \leq f_s \vec{N}$ avec $f_s = \mu_s$: coef de frottement statique

Au cas ou le solide est à la limite de glissement $|\vec{T}| = f_s |\vec{N}|$

équilibre: $\vec{N} + \vec{T} + \vec{P} = 0$

$$\begin{cases} \text{sur } \vec{u}_x: -T + mg \sin \alpha = 0 \\ \vec{u}_y: N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad \left| \frac{T}{N} \right| = \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} = \tan \alpha_0 \Rightarrow \boxed{\tan \alpha_0 = f_s}$$

Incertitude

Dérivée de la fonction tangente

La fonction tangente est définie sur tout intervalle de la forme $]-\pi/2 + k\pi; \pi/2 + k\pi[$ où $k \in \mathbb{Z}$ et sur chacun de ces intervalles elle est quotient de deux fonctions dérivables et telle que son dénominateur n'annule pas la fonction. On utilise donc la forme $f = u/v$ de dérivée $f' = (u'v - uv')/v^2$:

$$f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$u'(x) = \cos x \quad v'(x) = -\sin x$$

$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{\cos x \cos x - \sin x(-\sin x)}{(\cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \begin{cases} \frac{1}{\cos^2 x} \\ 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)^2 = 1 + \tan^2 x \end{cases}$$

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\partial \tan(\alpha)}{\partial \alpha} \right)^2 u(\alpha)^2} = \frac{u(\alpha)^2}{\cos^2(\alpha)}$$

Faire l'expérience d'après pour pouvoir comparer.

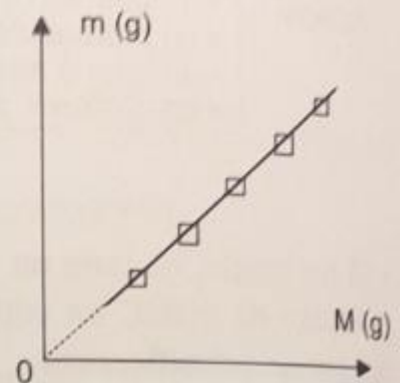
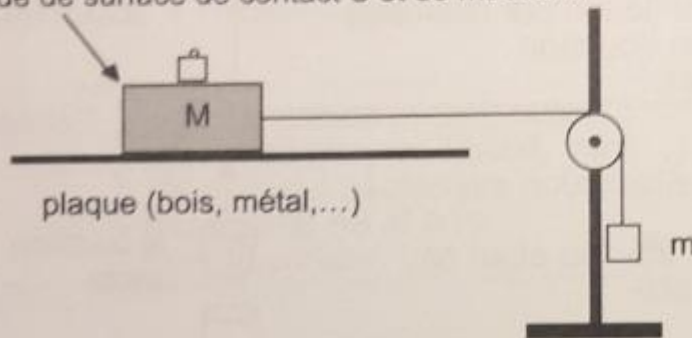
• Le montage de la figure F52 permet de vérifier les lois du frottement solide, lois de Coulomb, (on peut tirer la masse M à l'aide d'un dynamomètre) :

– La force de frottement R_T est indépendante de la surface S de contact des deux solides : pour une masse M donnée, on change la surface S de contact.

– La force R_T est proportionnelle à la réaction normale R_N du plan : $R_T = k_0 R_N$

Pour une plaque et un solide (masse M) donnés, on fait varier m et on note la valeur pour laquelle le système se met en mouvement. On recommence l'expérience pour plusieurs valeurs de M (on ajoute des masses marquées sur le solide). On trace ensuite $m = f(M)$ qui est une droite de pente k_0 (figure F53).

solide de surface de contact S et de masse M



$$R_T = k_0 R_N = k_0 Mg$$

Au moment du mvt $R_T \searrow$

$$\text{car } R_T = \nu_d R_N \quad (\nu_d < k_0)$$

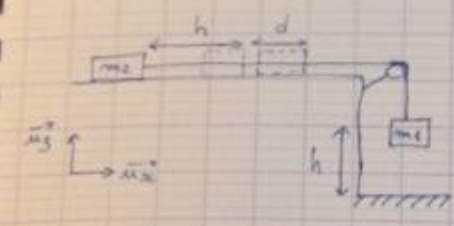
Donc juste avant on a l'égalité

$$mg = k_0 Mg$$

$$\Rightarrow \boxed{m = k_0 M} \quad \text{on trace } m = f(M)$$

et la pente nous donne k_0 .

-détermination du coefficient de frottement dynamique (2 masses avec une poulie : l'une chute entraînant l'autre)
(BUP - 474)



Le système: m_2 et m_1 relié par un fil
inextensible.

1^{ère} phase: $v_{m_2}(0) = 0$ v_{m_2} en $h = v_2^2$
 $v_{m_1}(0) = 0$ v_{m_1} en h (avant le sol) $= v_1^2$
 or $v^2 = v_2^2 = v_1^2$ (fil inextensible).

2^{ème} phase: v_{m_2} en $d = 0$
 v_{m_1} au sol $= 0$

On applique le thm de l'Ec à chacune des deux phases.
 sachant que pour m_2 $\vec{P}_2 = -N$ (réaction du support) et $\vec{F}_f = -\mu_d N \vec{u}_x$

1^{ère} phase: $\Delta E_c = W_{P_{m_1}} + W_{f_f}$ Δ la tension du fil est une force intérieure au Σ
 $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = m_1gh - \mu_d m_2gh$ (1)

2^{ème} phase: $\Delta E_c = W_{f_f}$ (m_1 sans vitesse au sol donc son poids est compensé par la réaction du sol, pas de travail de ces forces)
 $-\frac{1}{2}m_2v^2 = -\mu_d m_2gd$ (2)

Système de 2 équations
 (2) $v^2 = 2\mu_d gd \Rightarrow$ (1) $\frac{1}{2}(m_1 + m_2) \times 2\mu_d gd = m_1gh - \mu_d m_2gh$
 $\Rightarrow \mu_d(m_1 + m_2)d + \mu_d m_2h = m_1h$
 $\Rightarrow \mu_d = \frac{m_1h}{m_2h + (m_1 + m_2)d}$

Dans les 2 cas il faut faire un traitement statistique pour avoir les incertitudes

On trouve les valeurs théorique dans le nathan (vert) p252 : Bois/ bois

coef de frottement statique : 0,4 à 0,6

coef de frottement dynamique : 0,15 à 0,35

II. Frottement fluide :

1. Viscosimètre à bille : Chute glycérol. Viscosité dynamique du fluide. (quantitatif : Tec et doc BCPST 2^{ème} année p 504 ou Duffait CAPES p 249)

Evaluer le nombre de Reynolds pour la validité de la formule de Stokes ($Re < 1$)

2. Vase de Mariotte : Poiseuille. (quantitatif : Tec et doc BCPST 2^{ème} année p 504)

Ré-utiliser la formule de l'hydrostatique pour la pression dans le vase de Mariotte
 -Vérifier qu'on a bien un écoulement laminaire ($Re < 2000$)

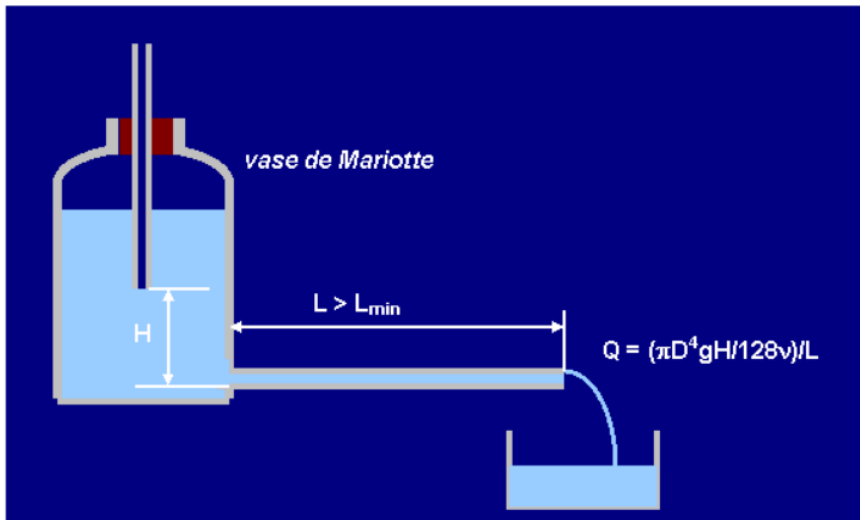
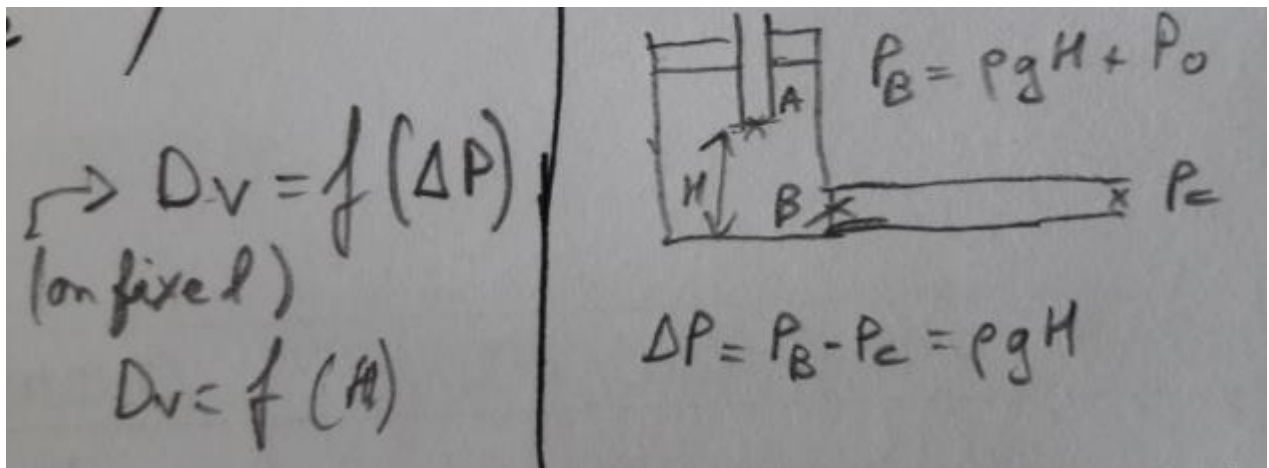


figure 2 – vérification de la loi de Poiseuille avec un vase de Mariotte



On utilise un vase de Mariotte afin d'avoir débit volumique constant.

Dans le dispositif il ne faut pas faire varier L car risque de fuite.

Mais plutôt faire varier ΔP et à la fin s'assurer qu'on a bien un écoulement laminaire en calculant le nombre de Reynolds.

Application du vase de Mariotte à la vérification expérimentale de la loi de Poiseuille

Pour vérifier la loi de Poiseuille (6) il faut maîtriser la charge ΔP qui produit le mouvement du fluide. Cela peut se faire avec un vase de Mariotte dans lequel on fixe la hauteur de chute H telle que $\Delta P = \rho g H$. Pour mettre en oeuvre l'expérience il faut modifier la sortie du récipient de telle sorte que la loi de Poiseuille soit applicable, c'est-à-dire que le nombre de Reynolds Re soit inférieur à sa valeur critique Rc . Aussi, au lieu d'utiliser un ajutage court, on utilisera un tube horizontal de sortie, de section $s = \pi D^2 / 4$ (D : diamètre du tube), et de longueur L (figure 2), avec une vitesse de sortie v telles que :

$$Re = vD / \nu < R_c = 2400$$

Le débit dans le tube devant être celui d'un écoulement de Poiseuille donné par (6), quelle doit être alors la longueur minimale du tube pour que le nombre de Reynolds soit plus petit que R_c ?
Réponse :

On a $Q = sv = v\pi D^2/4$ donné par (6), d'où la vitesse dans le tube :

$$v = \frac{gHD^2}{32\nu L}$$

Le nombre de Reynolds du tube $Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{gHD^3}{32\nu^2 L}$ doit être inférieur à $R_c = 2400$, par conséquent la longueur du tube doit être plus grande que :

$$L_{\min} = \frac{gHD^3}{32\nu^2 R_c} \quad (19)$$

Exemple : avec une hauteur de chute $H = 5$ cm et un diamètre du tube $D = 4$ mm, le tube doit avoir une longueur minimale de 41 cm si l'on veut un écoulement laminaire de Poiseuille à l'intérieur.

Une fois cette condition assurée, la vérification de la loi de Poiseuille ne pose pas de difficultés : on mesure le débit volumique Q en sortie du tube au moyen d'une éprouvette graduée et d'un chronomètre, et on trace la courbe $Q = f(1/L)$ qui doit être une droite de pente égale à :

$$\frac{\pi D^4 g H}{128 \nu}$$

3. Pendule visqueux (oscillation). (Régime critique, apériodique).

Visualisations des différents régimes (qualitatif)

Mesure de la viscosité d'un fluide en régime pseudo périodique (Quaranta mécanique p 296)

Pour un frottement fluide. $J \ddot{\theta} = -mg l \sin \theta - \alpha \dot{\theta}$
 distance avec centre d'inertie de la barre.
 force de frottement.
 $\ddot{\theta} + \frac{\alpha}{J} \dot{\theta} + \frac{mg l}{J} \theta = 0$

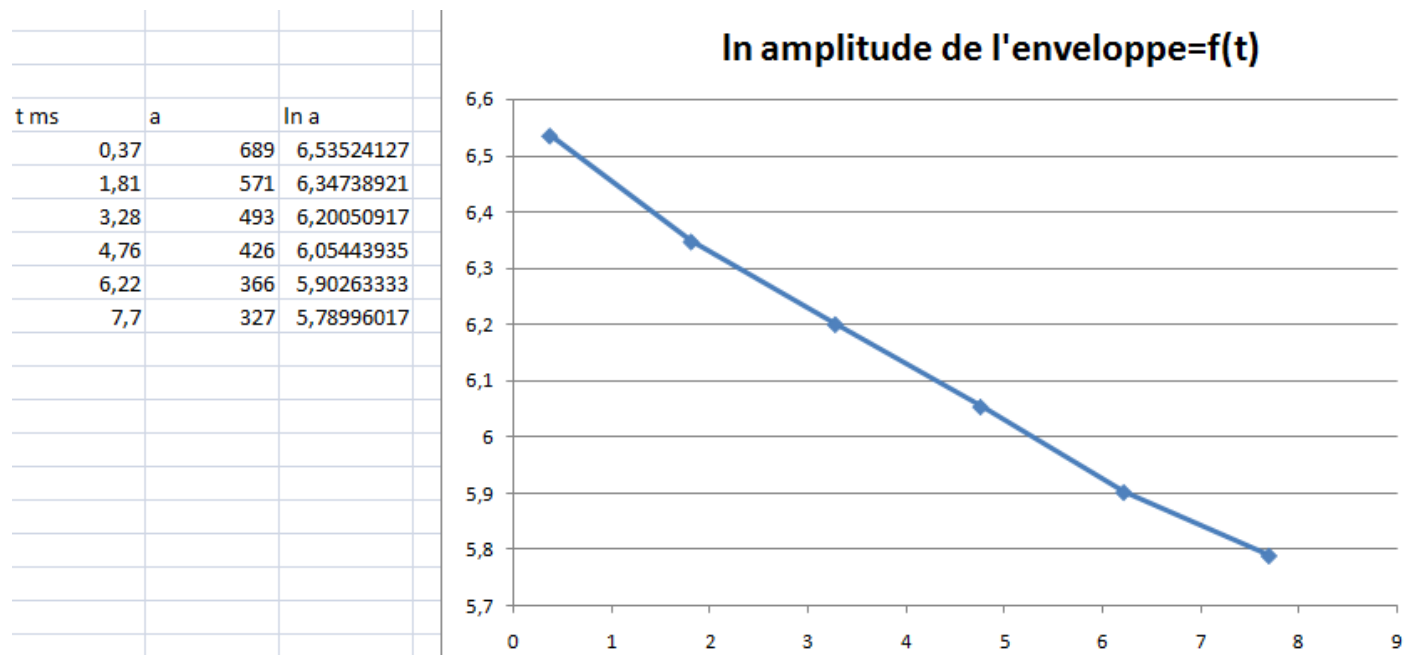
$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$ avec $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{J}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{mg l}{J}}$

Solution du type : $\theta = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$
 enveloppe exponentielle

Si on trace $\ln(\theta_i) = f(t)$ pour chaque max correspondant à l'enveloppe
 on doit avoir une droite : $\ln(e^{-\frac{\alpha}{2J} t}) = -\frac{\alpha}{2J} t$

Décroissement logarithmique : $\delta = \frac{1}{N} \ln\left(\frac{\theta_i}{\theta_{i+N}}\right) = \frac{\omega_0}{Q} T = \frac{\alpha}{J} T$ et on en déduit α/J

Résultat avec un pendule pesant dans l'eau



Impossible d'aller plus loin ne connaissant pas la valeur de J

Remarque : avec un frottement solide l'enveloppe est une droite et non une exponentielle décroissante