

2-L- Ondes acoustiques

Intro : Carte Mentale

Une onde acoustique est due à une vibration mécanique qui se propage de proche en proche dans un milieu matériel, et ce sans transport macroscopique de matière.

Dans les solides : La propagation est due à une vibration de couche successive d'atome. Lorsqu'un solide est déformé par un choc ou une compression, les atomes se mettent à vibrer autour de leur position d'équilibre se propageant de proche en proche, propageant la déformation dans tout le milieu.

Dans les fluides : la propagation s'accompagne d'une variation de pression et de masse volumique qui se propage de proche en proche. Plus la surpression acoustique est grande et plus le volume sonore est élevé.

Post Bac – Ondes acoustique dans les fluides :

Bibliographie : J'intègre PC-PC* (Dunod) M-N- Sanz

Introduction

, **Manip** : clap dans les mains, mise en évidence d'un phénomène de propagation. Insister sur la nécessité d'un milieu matériel.

1. Modélisation et mise en équation [132]

1.1. Approximation acoustique

Définir proprement l'approximation acoustique

1.2. Équation de propagation

Linéarisation des équations à 3d, éq de d'Alembert.

1.3. Vitesse de propagation

Discuter l'hypothèse adiabatique vs. isotherme. Revenir à un ODG de c à partir de la manip d'intro, et éliminer l'hypothèse isotherme expérimentalement. Parler du cas des liquides et des solides.

Modélisation de la propagation d'une onde acoustique dans un fluide. (Vidéo la physique animée)

P_0 ρ_0

P_0 : Pression du fluide au repos
 ρ_0 : Masse volumique au repos
 v : la vitesse moyenne d'une tranche de fluide

$P(x, t) = P_0 + p(x, t)$ ← Surpression (faible devant P_0)

$\rho_{Tot}(x, t) = \rho_0 + \rho(x, t)$

1. Approximation acoustique

Elle consiste à étudier de très faibles perturbations par rapport à l'état du fluide au repos :

$$\begin{aligned} |p| &\ll P_0 \\ |\mu| &\ll \mu_0 \end{aligned}$$

On ne retiendra donc que les termes à l'ordre 1

Cela revient à considérer des déplacements du fluide très faible par rapport à la longueur d'onde du phénomène
L'approximation acoustique est une approximation linéaire

Hypothèse sur l'écoulement du fluide :

- Dans son état non perturbé le fluide est au repos.
- on néglige les effets de pesanteur sur la propagation du son.
- La propagation s'accompagne d'un faible amortissement au sein du fluide ou elle se propage on négligera donc les phénomènes dissipatif comme la **conduction thermique** (adiabatique, et à cause de l'approximation acoustique : **adiabatique réversible**) ou les phénomènes de **viscosité** (**fluide parfait**)

Coefficient de compressibilité isentropique (adiabatique réversible)

$$\chi_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_s = \frac{1}{\mu_{Tot}} \left(\frac{\partial \mu_{Tot}}{\partial P} \right)_s \quad (1)$$

Equation de Euler d'un fluide parfait : (Obtenue en appliquant le PFD a une particule de fluide parfait et en négligeant les forces de pesanteur)

$$\mu_{Tot} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \cdot \vec{v} \right) = - \overrightarrow{grad} P \quad (2)$$

La conservation de la masse nous donne une 3^{ème} équation :

$$\frac{\partial \mu_{Tot}}{\partial t} + \text{div} (\mu_{Tot} \cdot \vec{v}) = 0 \quad (3)$$

2. Équation de propagation

En appliquant l'approximation acoustique on va simplifier les équations (Elles vont être linéarisé)

$$\chi_s = \frac{1}{\mu_{Tot}} \left(\frac{\partial \mu_{Tot}}{\partial p} \right)_s \cong \frac{1}{\mu_0} \frac{\mu(x,t)}{p(x,t)} \text{ soit en dérivant par rapport a } t \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} = \mu_0 \chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$(\mu_0 + \mu) \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \cdot \vec{v} \right) = - \overrightarrow{grad} (P_0 + p) \text{ soit à l'ordre 1} \quad \mu_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{grad} p$$

En fait $(\mu_0 \gg \mu)$ et $P_0 = cste$ et à l'ordre 1 $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \cdot \vec{v} = 0$ et en plus globalement le fluide est au repos

$$\frac{\partial \mu_0 + \mu}{\partial t} + \text{div} ((\mu_0 + \mu) \cdot \vec{v}) = 0 \quad \text{soit à l'ordre 1} \quad \frac{\partial \mu}{\partial t} + \mu_0 \text{div} (\vec{v}) = 0$$

Avec l'équation noir et la verte on obtient : $\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} = - \text{div} (\vec{v})$ et avec la bleu $\mu_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \overrightarrow{grad} p$ on obtient deux équations qui couple les champs de vitesse et de surpression.

Il s'agit maintenant de découpler les champs de surpression acoustique et de vitesse :

- On dérive par rapport au temps l'équation verte et noir : $\chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = - \frac{\partial \text{div} (\vec{v})}{\partial t}$
- On applique l'opérateur divergent à la bleu : $\mu_0 \text{div} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = \mu_0 \frac{\partial \text{div} (\vec{v})}{\partial t} = - \text{div} (\overrightarrow{grad} p) = - \Delta p$

Rappel : on peut se permettre de faire $\text{div} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = \frac{\partial \text{div}(\vec{v})}{\partial t}$ car l'opérateur div concerne des variables d'espace seulement et que de les dérivée par rapport au temps avant ou après ne change rien.

$$-\mu_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\Delta p$$

$$\Delta p - \mu_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad \text{soit} \quad \Delta p - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

On obtient une équation de d'Alembert tridimensionnelle.

3. Vitesse de propagation

La célérité de l'onde sonore a ainsi pour expression :

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_s}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_s}}$$

Pour un gaz parfait isentropique : $PV = nRT$ et la loi de Laplace nous donne $PV^\gamma = \text{cste} = \frac{P}{\mu^\gamma}$

avec $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ rapport des capacité thermique à pression et volume constant

soit : $\log p - \gamma \log \mu = \text{cste}$

on différentie : $\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\mu}{\mu}$ et donc $\frac{\partial \mu}{\partial p} = \frac{\mu}{\gamma p}$ soit $c_s = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu}{\gamma p}}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\mu}} = \sqrt{\gamma \frac{nRT}{m}}$

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Dans l'eau $c_s = 1500 \text{ m/s}$

Dans l'air à T_{ambient} $c_s = 340 \text{ m/s}$

La célérité du son dans un liquide est environ 5 fois plus grande que dans un gaz.

Remarque : échange thermique considéré comme isotherme

Si nous avions fait l'hypothèse inverse, à savoir que les échanges thermiques sont instantanés, comme l'avait supposé Newton, les transformations auraient été isothermes et la loi d'évolution donnée simplement par l'équation d'état du gaz parfait : $\frac{P}{\mu} = \frac{RT}{M}$,

soit $\chi_0 = \chi_{T, \text{repos}} = \frac{1}{P_0}$, d'où $c = \sqrt{\frac{RT_0}{M}}$. À 20 °C, l'application numérique donne $c = 291 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui ne correspond pas du tout aux constatations expérimentales.

Partie Péda :

2nd : Dans la partie sport : approche qualitative

Conclusion :