

15-M- Résonance

Bibliographie : Quaranta de mécanique
Duffait capes p 278
Bellier : électronique CAPES - AGREGATION



Intro : (MANIP intro qualitative) **Bioblio:** Quaranta p273 (voir oscillations forcées, résonance)

Mise en évidence du phénomène à l'aide de diapason. Vocabulaire : exciteur, résonateur

1. Résonances dans un tuyau : tube de Kundt : (MANIP 1 quantitative)

Matériel à Paris : Tube de Kundt avec micro mobile intégré **Biographie utilisée : Duffait capes p 278**
Mesurer la vitesse du son dans l'air (soigner le calcul d'erreur).

2. Résonances dans un oscillateur mécanique horizontal: oscillation forcée d'une masse suspendu à un ressort (MANIP 2 quantitative)

Biographie utilisée : Quaranta de mécanique p 275

Matériel: Web cam masse avec pastille, plongé dans une éprouvette remplie d'eau . Un ressort une poulie relié à un moteur (dont un peu connaître la fréquence)

Faire comme dans le Quaranta, pour différente valeur d'amortissement (jouer sur la surface de la masse ou sur la viscosité de l'eau (rajouter de la glycérine mais non miscible à l'eau ou carrément utiliser de la glycérine) tracer la courbe de résonance en élongation et en vitesse. comme dans le livre.

3. Résonance avec un circuit RLC :

Montage : avec Wobulation pour visualiser la résonance en tension et en intensité en même temps

Résonance en intensité : (MANIP 4 quantitative)

3.1.1 Mise en évidence du phénomène : (Quaranta ou vauchelle + livre secondaire)

✕ Montrer d'abord le phénomène de résonance en faisant varier la fréquence.

✕ Montrer le phénomène en faisant varier la valeur de L, de C et R

On en déduit que la fréquence de résonance ne dépend que de L et de C.

Résonance en tension :

Fréquence de résonance aux bornes du condensateur : $f_c^2 = f_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)$

✕ Montrer l'influence de L et C, la fréquence propre varie.

✕ Montre que suivant la valeur de R, il n'y a pas de résonance si on a pas la condition $\left(Q = \frac{1}{RC\omega_0} > \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

✕ Montrer que plus on augmente Q plus ω_r se rapproche de ω_0 .

4. Analogie électro/ mécanique

Etude des courbes du 2 et 3 :

Résonance : Amplitude $\longleftrightarrow$ Tension
 $\longleftrightarrow$

Résonance : Vitesse Intensité

Conclusion : (si on est motive pour la conclusion) **Biographie utilisée : Duffait optique (p 132).**

Résonance optique avec 2 lampes à vapeur de sodium (MANIP conclusion qualitative)

Remarque : La vapeur qu'on excite est celle d'une lampe sans son carter qu'on laisse allumer pendant 15 mn

Avant l'expérience (le sodium est solide a température ambiante dans l'ampoule). Prendre des précautions pour que les rayonnements incidents ne gênent pas l'observation (ne pas les diriger vers le public et recouvrir l'ensemble Na 2 et condenseur d'un drap noir).

Intro :

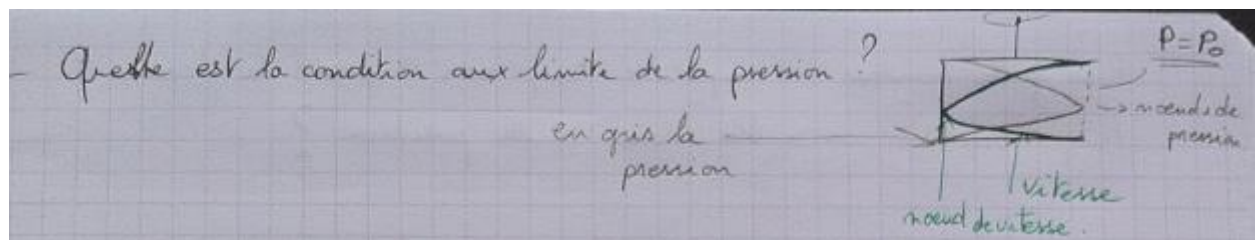
Manip avec 2 diapasons :

On pose 2 diapasons l'un en face de l'autre : l'un est l'excitateur et l'autre le résonateur (ou l'excité)

On frappe le premier loin du premier et on l'arrête avec notre main, le son s'arrête. On refait la même manip à proximité du 2nd diapason et on s'aperçoit qu'on entend le second diapason vibrer.

On place maintenant une masselotte sur le 1^{er} pour changer la fréquence de résonance et on refait les mêmes manip et cette fois le 2nd diapason ne se mettra jamais à vibrer.

Question :



- Justifier pour la caisse de résonance a une longueur de $\frac{\lambda}{4}$?

- Peut-on justifier $\frac{\lambda}{4}$? $\lambda = vT = \frac{v}{f} \Rightarrow v = 340 \text{ m.s}^{-1}$

$\hookrightarrow L = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4 \times f_0} = \frac{340}{4 \times 440} = 19,3 \text{ cm}$

Et pourtant si on mesure on trouve 17cm. (on est dans l'ordre de grandeur).

Si on a $L > 19,3 \text{ cm}$ alors on amplifie plus. Mais si on arrête un peu avant on a une pente positive

La caisse résonne dans plusieurs direction
 $\Downarrow$ Effet dispersif.
Pour pas avoir effet directionnel.

Les diapasons qui ont des fréquences plus basse ont une caisse plus grandes.

Important pour les haut parleur

$\frac{3\lambda}{4}$ ça marche aussi.

$\hookrightarrow$ (car on est aussi dans un ventre de vitesse et nœud de pression)

The diagram shows a tube with a $3\lambda/4$ wavelength, with a node at the closed end and an antinode at the open end.

- Quel est le critère pour dire qu'on entend potentiellement quelque chose sur l'autre diapason ? faut-il absolument être à fo ? **non il faut être dans la bande passante.**
- Pourquoi -3dB ? **$20 \log \frac{1}{\sqrt{2}}$ car la définition de la bande passante est 'intervalle de fréquences dans lequel l'affaiblissement du signal est inférieur à une valeur spécifiée $I \geq \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$**

1. Résonances dans un tuyau : tube de Kundt : (MANIP 1 quantitative)

Matériel à Paris : Tube de Kundt avec micro mobile intégré **Biographie utilisée : Duffait capes p 278**

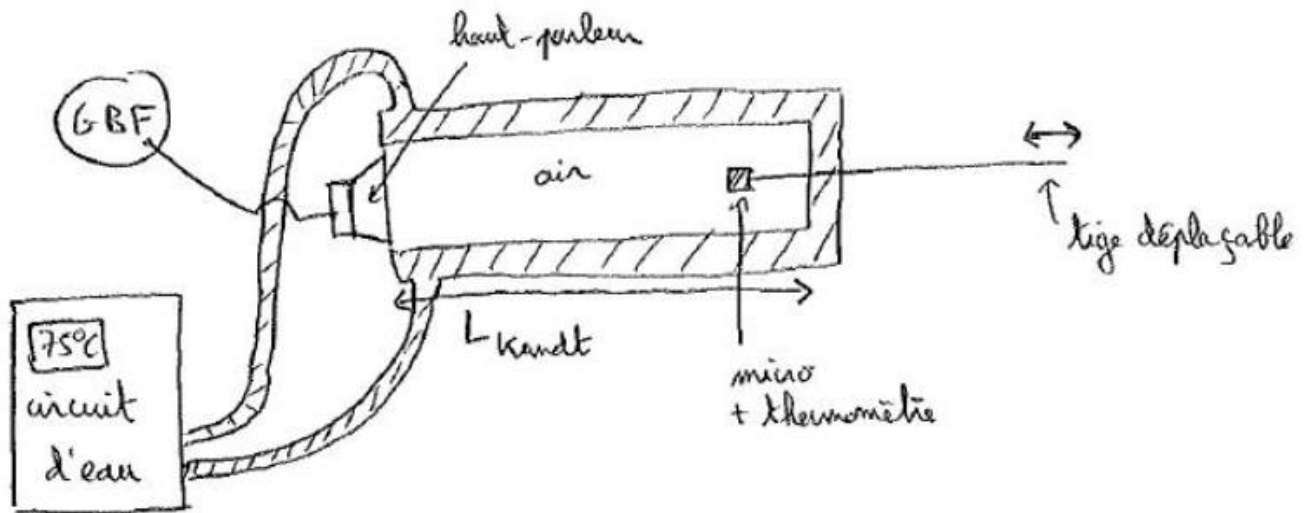
Mesurer la vitesse du son dans l'air (soigner le calcul d'erreur).

On sait que $c_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

Dans l'eau $c_s = 1500 \text{ m/s}$

Dans l'air à T_{ambient} $c_s = 340 \text{ m/s}$

Dispositif expérimentale : Le micro est relié à un oscilloscope

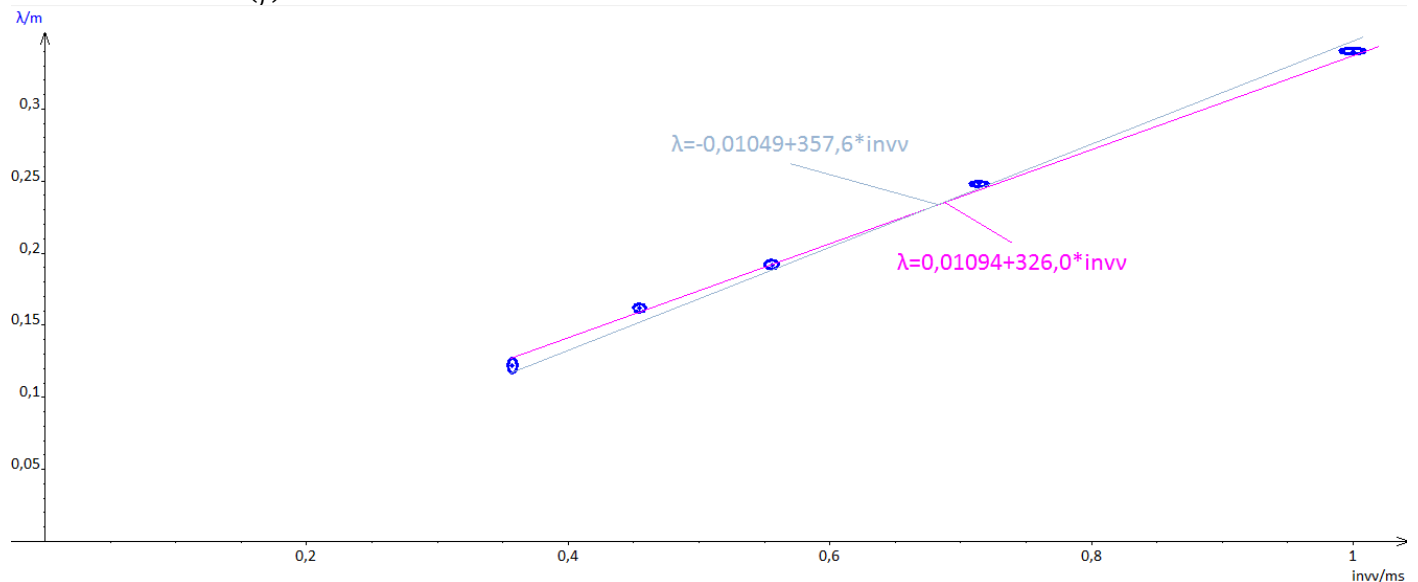


On sait que $\lambda = c_s T = \frac{c_s}{f}$ la fréquence étant donné par le GBF qui alimente le HP

De plus λ se mesure avec la règle et entre deux ventres ou deux nœuds on a $d_{nn} = \frac{\lambda}{2}$

On le fait pour plusieurs nœuds afin de diminuer les incertitudes.

Puis on trace $\lambda = f \left(\frac{1}{f} \right)$ et la pente nous donne c_s



Avec nos mesures on trouve $c_s = 341 \pm 16 \text{ m.s}^{-1}$

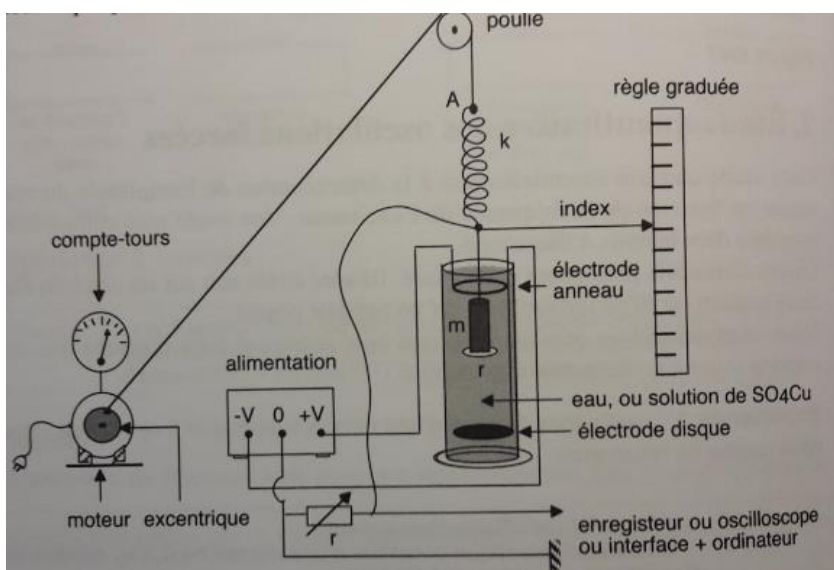
Ce qui correspond à la vitesse du son dans l'air.

2. Résonances dans un oscillateur mécanique horizontal: oscillation forcée d'une masse suspendu à un ressort (MANIP 2 quantitative)

Biographie utilisée : Quaranta de mécanique p 275

Matériel: Web cam masse avec pastille, plongé dans une éprouvette remplie d'eau . Un ressort une poulie relié à un moteur (dont un peu connaitre la fréquence)

Faire comme dans le Quaranta, pour différente valeur d'amortissement (jouer sur la surface de la masse ou sur la viscosité de l'eau (rajouter de la glycérine mais non miscible à l'eau ou carrément utiliser de la glycérine) tracer la courbe de résonance en élongation et en vitesse. comme dans le livre.

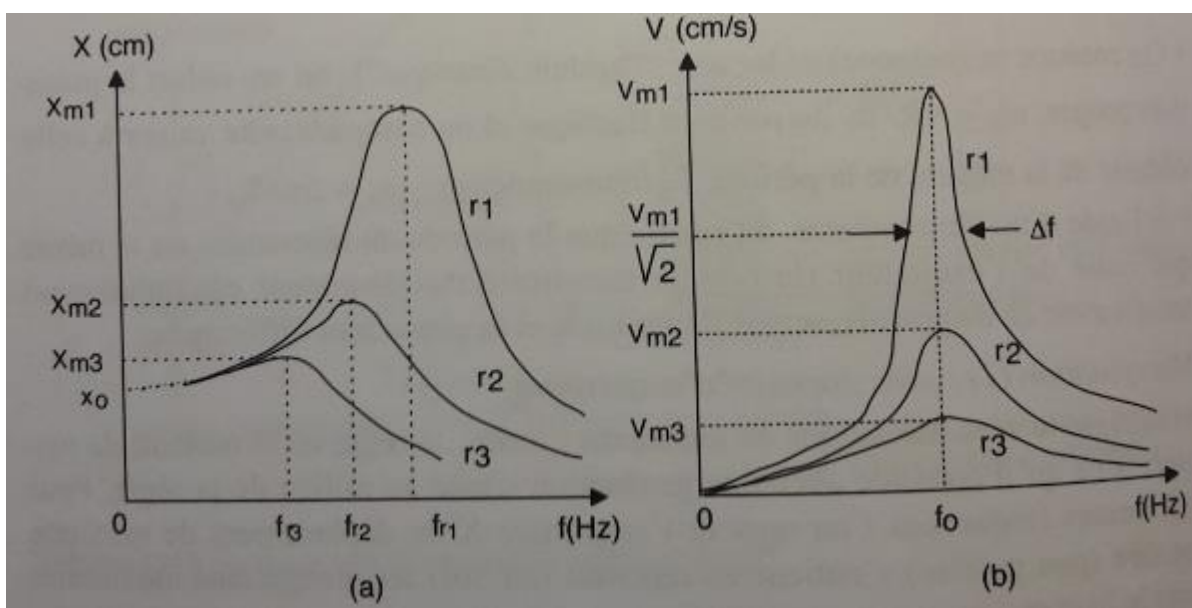


On remplace le dispositif du bas par la webcam et l'enregistrement automatique.

$$X_{\max} = \frac{kx_0}{r \sqrt{\omega_0^2 - \frac{r^2}{4m^2}}}$$

$$V = \omega X = \frac{kx_0}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{k}{\omega} - m\omega\right)^2}}$$

On trace grâce aux mesures réalisées sur l'ordinateur.



3. Résonance avec un circuit RLC :

Biographie utilisée : Duffait Capes pour les valeurs des composants.

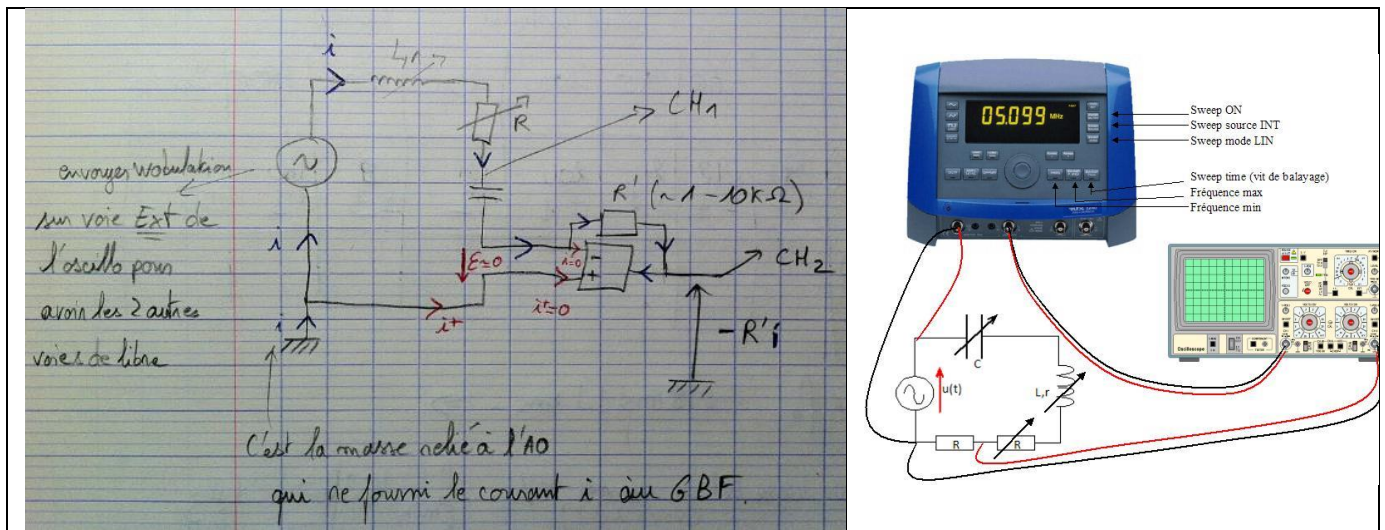
Oscillations électriques : variation d'au moins une grandeur électrique au cours du temps

- libres : dues à des conversions successives d'énergie
- forcées : dont la fréquence est imposée (et la même) que celle de l'excitateur dans notre cas un GBF car on travaille à fréquence variable).

Dans ce montage, nous étudierons la réponse d'un circuit RLC à une excitation sinusoïdale permanente dans un régime forcé.

Tracé automatique de la courbe de résonance : Utilisation de la Wobulation

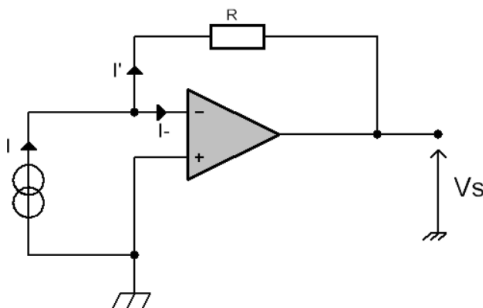
Réalisation du circuit : voir vidéo pour les réglages



Rôle de l'AO : Visualiser l'intensité circulant dans le circuit, on ne peut pas le faire aux bornes de la résistance car cette dernière va changer de valeur.

2 solutions s'offre à nous :

- On rajoute une résistance R_1 au circuit que l'on garde fixe et on visualise la tension à ces bornes mais le problème de cette méthode c'est qu'on ne peut plus visualiser la tension aux bornes du condensateur car on va avoir un problème de masse, CH1 et CH2 n'auront plus la même masse et on ne pourra pas visualiser la tension et le courant en même temps.
- On utilise un AO en convertisseur courant / tension et de cette manière CH1 et CH2 sont à la même masse. En effet CH1 est relié à $V_+ = V_-$ relié à la masse et donc la résistance R' n'est pas considéré comme faisant parti du circuit.



Démo avec notation de notre circuit :

AO idéal : $\varepsilon = 0$ et $i_+ = i_- = 0$ donc le courant traversant R' est i traversant le circuit.

D'où $V_s = -R'i$ en effet avec la convention d'un AO normal V_s est exprimé en fonction du courant sortant de l'AO or ici $i_s = -i$

La tension aux bornes de R' se note : $U = V_+ - V_s = R'i$
Donc $V_s = -R'i$

Ce qu'on va mesurer en CH2 : $V_s = -R'i$

**$i = i_s$ le courant de sortie de l'AO < 30 mA suivant les AO pour éviter la saturation
Il faut donc diminuer l'amplitude du GBF pour éviter la saturation de l'AO**

Remarque : Si i n'est pas visible à l'écran de l'oscillo il suffit d'augmenter R' puisque cette dernière ne fait pas partie du circuit.

Rôle de la fonction Wobulation :

La fonction wobulation permet de faire varier la fréquence du signal délivrée par le GBF en fonction du temps.

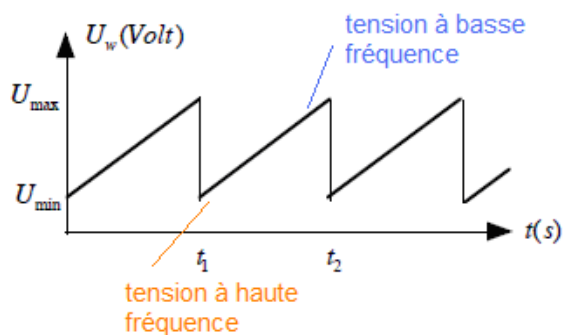
En mode wobulation, la fréquence est imposée par une tension U_w appelée tension de wobulation : elle vaut $f = a U_w + b$ où a et b sont deux constantes dépendant du générateur. On obtient la wobulation en choisissant, par exemple, une rampe pour la fonction U_w . Il y a deux façons de réaliser ceci : soit en utilisant la wobulation interne du générateur : la fonction U_w est alors produite par le générateur lui-même, soit en utilisant une autre source de tension pour générer U_w .

Le GBF Metrix permet une wobulation interne.

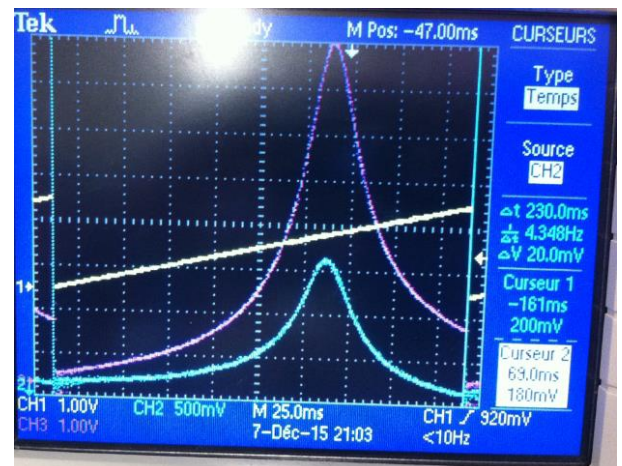
Réglages du GBF :

- On choisit une fréquence basse (500 Hz)
- On relie la sortie du GBF « Sweep Out » à la voie 3 (ou Ext) de l'oscilloscope
- On se place en Sweep On
- On choisit un Sweep max : 5 kHz – 10 kHz de façon à voir quelque chose
- On se place en Sweep mod : Linéaire et Sweep source : Int.
- Sweep time petit : 150 ms (ou plus ça dépend du réglage sur l'oscillo)

On trigge sur la voie 3 (ou Ext de l'oscillo) afin d'avoir les 2 autres voie libre pour l'intensité et la tension



On déplace le signal pour qu'il occupe tout l'écran de l'oscillo, on l'étale et on ne garde que la partie supérieure. Et on bloque la BP avec les curseurs pour voir l'évolution selon les paramètres.



Remarque : Sur la photo : on a trigger sur CH1 et on visualise la tension aux borne du condensateur en voie CH2 et l'intensité en CH1

- Influence des différents paramètres :
 - ✓ $\uparrow R$: $I_{max} \downarrow$
Même BP
Même ω_0
 $\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f} \downarrow$: le pic devient plus large.
 - ✓ $\uparrow C$: Même I_{max}
Même BP
 $\omega_0 \downarrow$
 $\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f} \downarrow$: Le pic devient plus large.
 - ✓ $\uparrow L$: I_{max} cst ($\downarrow$ légèrement à cause la résistance interne de la bobine)
BP $\downarrow$

$$w_0 \downarrow$$

$$\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f} : \text{On ne peut pas conclure}$$

Tous ces résultats sont en accord avec les formules théoriques : $I_{\max} = \frac{E_m}{R}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R_{\text{tot}}} \sqrt{\frac{L}{C}}$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad \text{donc} \quad f_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$$

Rendre la manip quantitative :

On remarque que lorsque l'on a fait varier R la fréquence de résonance en intensité n'a pas changée alors que celle en tension a diminuée.

On va donc mesurer ces fréquences de résonance et regarder si elles correspondent bien au modèle théorique.

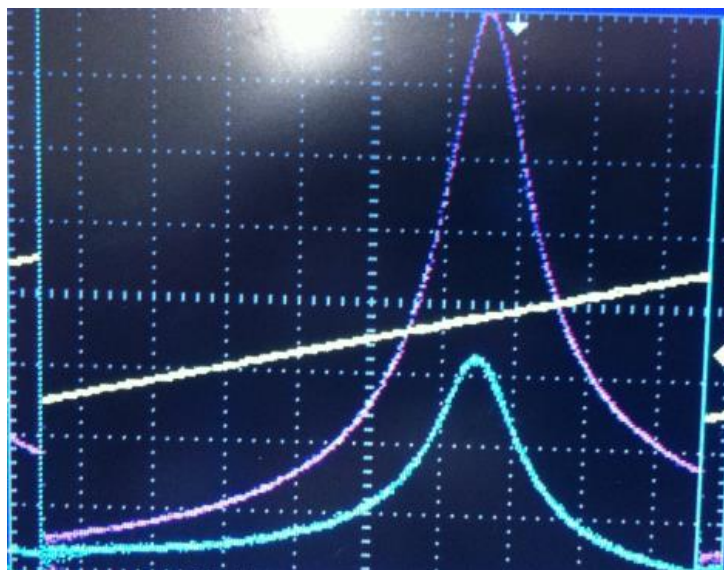
Pour cela on va utiliser la courbe d'étalonnage.

Valeur des différents composants :

Indiqué sur les boitiers : $\begin{cases} L = 30 \text{ mH} \\ C = 4 \text{ nF} \end{cases}$ mesuré avec le ??? je connais pas le nom : $\begin{cases} L = 27 \text{ mH} & R_L = 296 \Omega \\ C = 4,1 \text{ nF} \end{cases}$

Curseur 1 = $69 \pm 1 \text{ ms}$

Pour $f = 4 \text{ kHz}$



Curseur 2 = $299 \pm 1 \text{ ms}$

Pour $f = 20 \text{ kHz}$

On a donc 2 points pour une droite d'équation : $f = at + b$ ce qui va nous permettre de trouver a et b

$$\begin{cases} 4 \text{ kHz} = a \times 69 \text{ ms} + b \\ 20 \text{ kHz} = a \times 299 \text{ ms} + b \end{cases} \quad \begin{cases} a = 0.069565 \text{ kHz} \cdot \text{ms}^{-1} \\ b = -0.8 \text{ kHz} \end{cases}$$

Pour le calcul des incertitudes on va négliger l'incertitude de la fréquence fournie par le GBF car celle-ci est négligeable devant l'incertitude de lecture $\Delta t = 1 \text{ ms}$ le plus souvent.

On cherche donc à savoir quel est l'incertitude sur la fréquence Δf si $\Delta t = 1 \text{ ms}$

Pour cela on a la relation $f = at + b$ (on considère que les incertitude sur a et b sont négligeable devant celle sur t).

On utilise la formule de la propagation des incertitudes : $u_f = f \sqrt{\left(\frac{u_t}{t}\right)^2} = f \left(\frac{u_t}{t}\right)$

Du coup il vaut mieux utiliser un tableur : (voir tableur dans le dossier)

Attention : Dans les valeurs de R on a pas pris en compte la résistance de sortie du GBF (50Ω) ainsi que celle de la bobine $R_L = 296 \Omega$

a (kHz.ms-1)	0,069565	R (Ohm)	5	500	750	1000	1200	1500	1800	2000	Pour f0
b (kHz)	-0,8	t (ms)	217	212	208	204	199	189	180	171	218
		ut (ms)	1	1	1	1	2	3	3	4	1
		f (Hz)	14,295605	13,94778	13,66952	13,39126	13,043435	12,347785	11,7217	11,095615	14,36517
		uf (Uz)	0,065878364	0,065791415	0,065718846	0,065643431	0,131089799	0,195996587	0,195361667	0,25954655	0,065895275

1. Résonance en tension

Lorsque l'on fait varier R on remarque que la résonance en tension aux bornes du condensateur diminue :

D'après la théorie :

e) Résonance en tension aux bornes du condensateur : surtension

La tension aux bornes du condensateur est donnée par :

$$U_C = Z_C \cdot I = \frac{Z_C \cdot E}{Z},$$

Avec $Z = |Z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ et $Z_C = 1/C\omega$, il vient :

$$U_C = E \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2}}.$$

Cherchons la valeur de ω_c pour laquelle la tension aux bornes du condensateur passe par son maximum. Pour cela il suffit de résoudre $\frac{d[(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2]}{d\omega} = 0$. Il

vient $1 - LC\omega^2 = \frac{R^2C}{2L}$ donc $\omega^2 = \frac{1}{LC} \left[1 - \frac{R^2C}{2L}\right]$. Or $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et en remarquant que

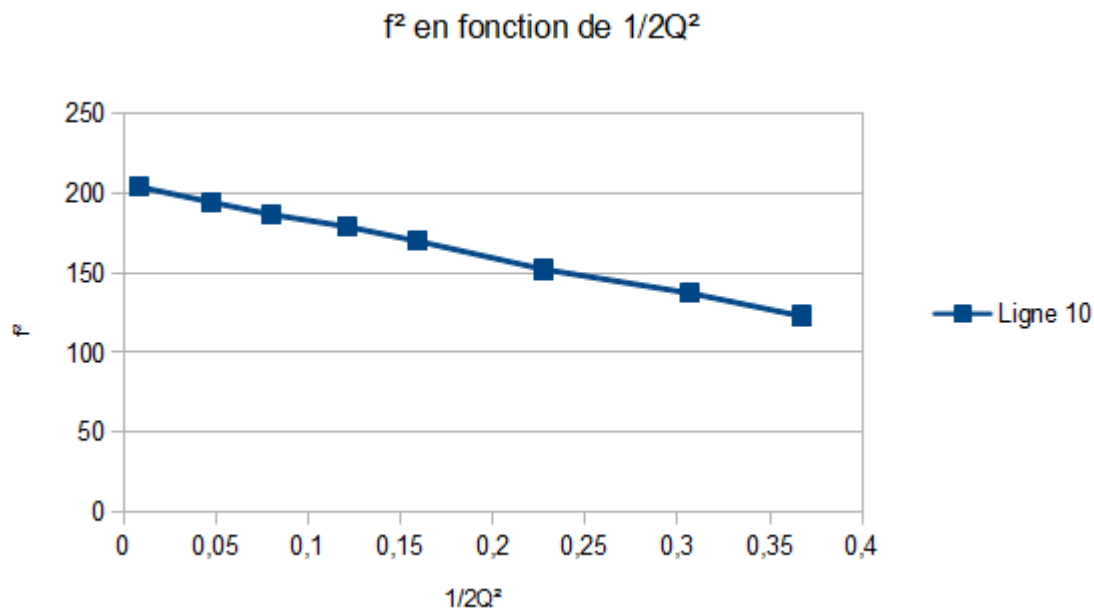
$Q^2 = \frac{L}{R^2C}$, il vient $\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$. On constate que la résonance en tension aux bornes du condensateur a lieu pour une fréquence inférieure à la fréquence de résonance d'intensité et uniquement si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (la racine ne peut pas être négative).

Un calcul simple montre que la tension efficace maximale est :

$$U_C(\omega_c) = \frac{QE}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad \text{et que} \quad U_C(\omega_0) = QE.$$

On a $\omega_c = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ or $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ d'où $f_c = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ avec $f_c =$
fréquence de résonance aux bornes du condensateur

$f_c^2 = f_0^2 \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)$ donc si on trace $f_c^2 =$ fonction $\left(\frac{1}{2Q^2}\right)$ on doit avoir une droite



2. Mesure de la fréquence de résonance de différentes méthodes

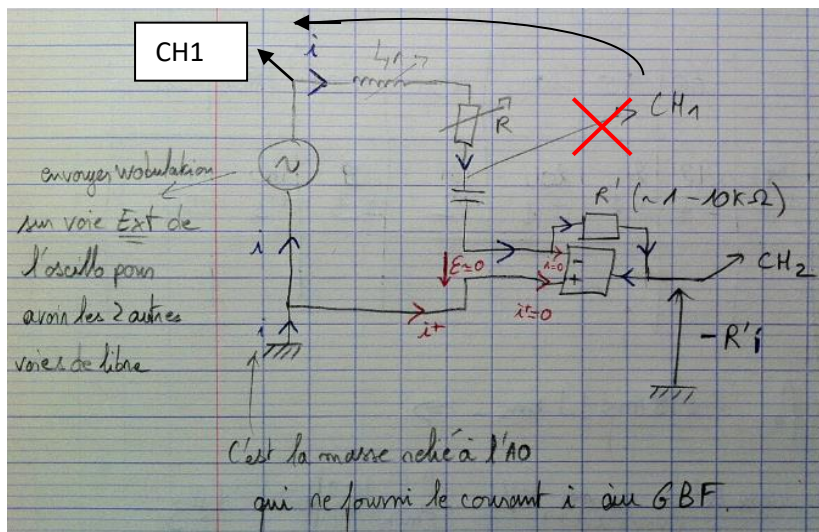
- Méthode de la courbe d'étalonnage

D'après la mesure réalisée avec la résonance en intensité (là où le facteur de qualité est le plus grand)

$$f_0 = 14,36 \pm 0,07 \text{ kHz}$$

- Méthode de Lissajous :

Dans ce cas il faut modifier le circuit car on veut regarder le déphasage entre la tension du GBF et l'intensité dans le circuit et pour cela il faut déplacer CH1

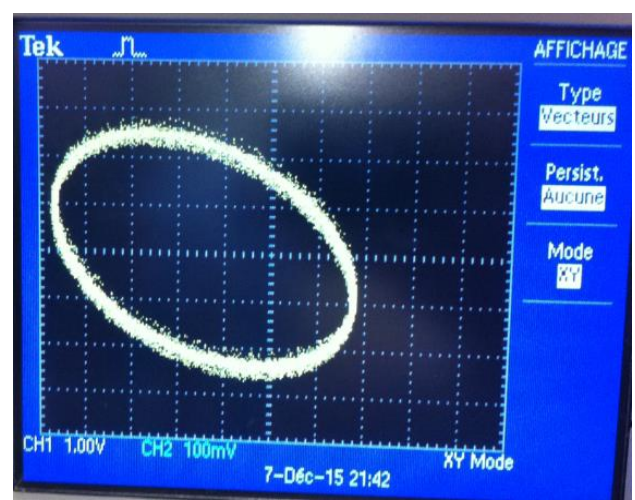


On se place en mode XY sur l'oscilloscope :

A la résonance on doit avoir une droite :

On fait donc varier la fréquence du GBF jusqu'à avoir une droite et on regarde à quelle fréquence on ne distingue plus de vide. On note $f_{0 \min} = 14,270 \text{ kHz}$ on continue d'augmenter la fréquence jusqu'à voir apparaître de nouveau du vide entre les deux droites et on note $f_{0 \max} = 14,310 \text{ kHz}$.

On a donc :



$$f_0 = \frac{f_{0\max} + f_{0\min}}{2} \pm \frac{f_{0\max} - f_{0\min}}{2} \text{ kHz}$$

$$f_0 = 14,29 \pm 0,04 \text{ kHz}$$

Démonstration : calcul du déphasage entre E et I

Le GBF délivre une tension sinusoïdale. La réponse en intensité est sinusoïdale.

$$\underline{e} = E_m e^{j\omega t} \text{ d'où } e(t) = E_m \cos(\omega t)$$

$$\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi)} \text{ d'où } i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Loi des mailles : $U_g = U_L + U_R + U_C$ Avec $\left\{ \begin{array}{l} U_R = R \cdot i \\ U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \\ i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow U_g = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + U_C$

On dérive par rapport au temps

En complexe $\left\{ \begin{array}{l} U_R = R \cdot i \\ U_L = jL\omega i \\ U_C = \frac{i}{jC\omega} \end{array} \right\}$ D'où : l'expression de l'intensité $\underline{i} = \frac{jC\omega E(0)}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} = \frac{E(0)}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$

Egalité des arguments : $\arg(\underline{i}) = \arg(\underline{e}) - \arg\left(R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right)$

$$j\omega t + \varphi = j\omega t - \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

Pour $\omega = \omega_0$ le déphasage est nul

4. Analogie électro/ mécanique

Etude des courbes du 2 et 3 :

Résonance : Amplitude $\longleftrightarrow$ **Tension**

Résonance : Vitesse Intensité

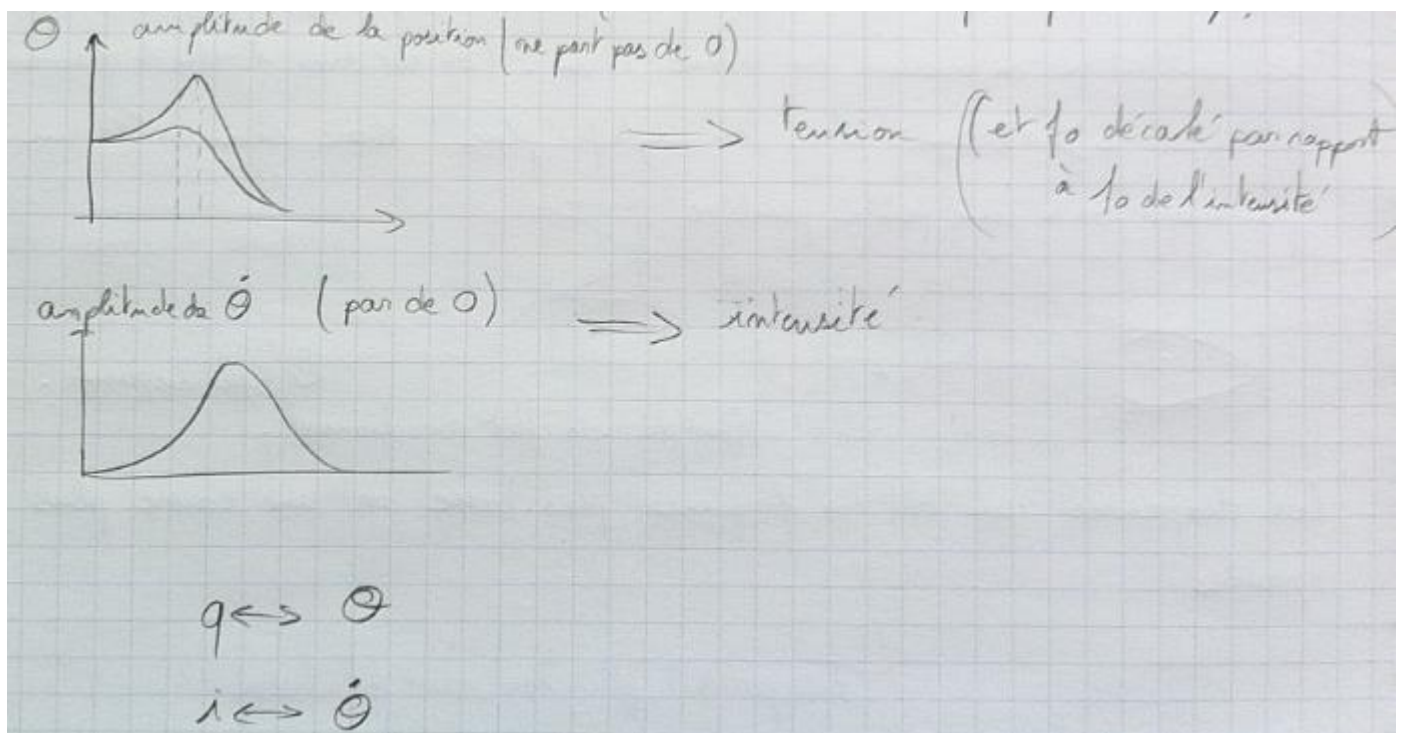
Discuter des 2 types de résonnances

	Oscillateurs Mécaniques	Oscillateur Electrique (RLC série)
Résonance : Amplitude $\longleftrightarrow$ Tension	$x_{pm}(\Omega) = \frac{F_m/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\lambda\Omega)^2}}$	$u_{C,pm}(\Omega) = \frac{U_m/LC}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2\lambda\Omega)^2}}$
	Caractéristiques communes : pulsation de résonance : $\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$ (si $\lambda \ll \omega_0$: $\Omega_r \approx \omega_0$), déphasage à la résonance : $\Phi_p = -\pi/2$.	

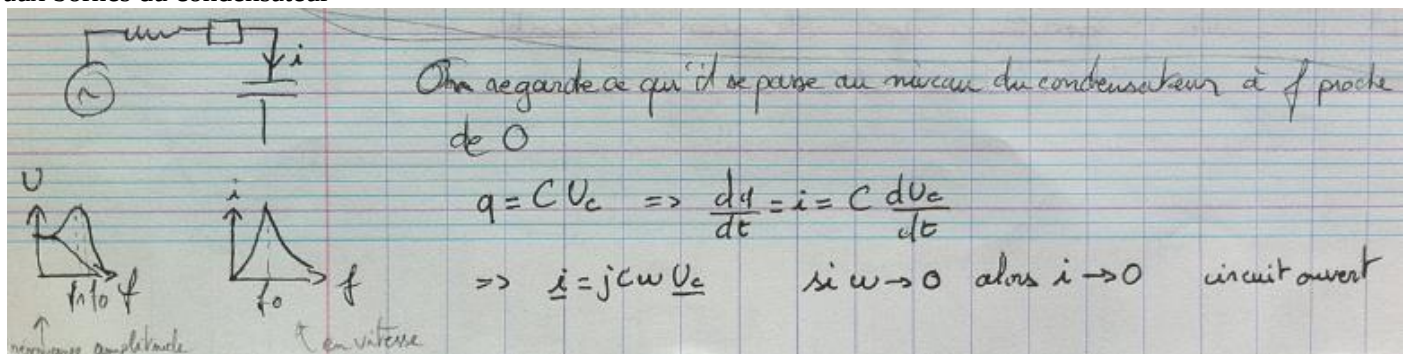
Résonance : Vitesse ↔ Intensité	$v_{pm}(\Omega) = \frac{\Omega F_m / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + (2 \lambda \Omega)^2}}$	$i_{pm}(\Omega) = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\Omega - \frac{1}{C\Omega}\right)^2}}$
	Caractéristiques communes : pulsation de résonance : $\Omega_r = \omega_0$, déphasage à la résonance : $\Phi_p = 0$.	

Moyen mnémotechnique pour se rappeler de l'allure des courbes

Scan



aux bornes du condensateur



Conclusion :

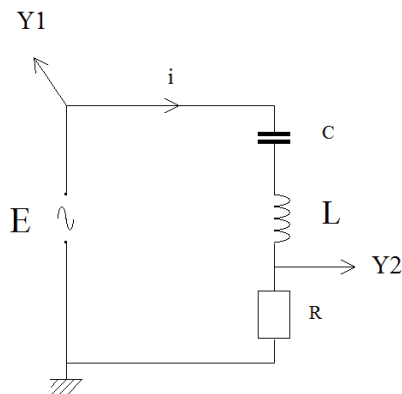
Annexe :

Oscillations électriques : variation d'au moins une grandeur électrique au cours du temps

→ **libres** : dues à des conversions successives d'énergie

→ **forcées** : dont la fréquence est imposée (et la même) que celle de l'excitateur dans notre cas un GBF car on travaille à fréquence variable).

Dans ce montage, nous étudierons la réponse d'un circuit RLC à une excitation sinusoïdale permanente dans un régime forcé.



Duffait p 62 : $L=0,1 \text{ H}$ ($101 \pm 2 \text{ mH}$)
 $C=0,1 \mu\text{F}$ ($99,8 \pm 0,7 \text{ nF}$)
 $R=100 \Omega$ ($99,9 \pm 0,8 \Omega$)
($R_L=7,8 \Omega$ et $R_G \approx 50 \Omega$ et $R_{\text{tot}}=158 \pm 1 \Omega$)

I / Etude de la résonance en intensité

Le GBF délivre une tension sinusoïdale. La réponse en intensité est sinusoïdale.

$$\underline{e} = E_m e^{j\omega t} \text{ d'où } e(t) = E_m \cos(\omega t)$$

$$\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi)} \text{ d'où } i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

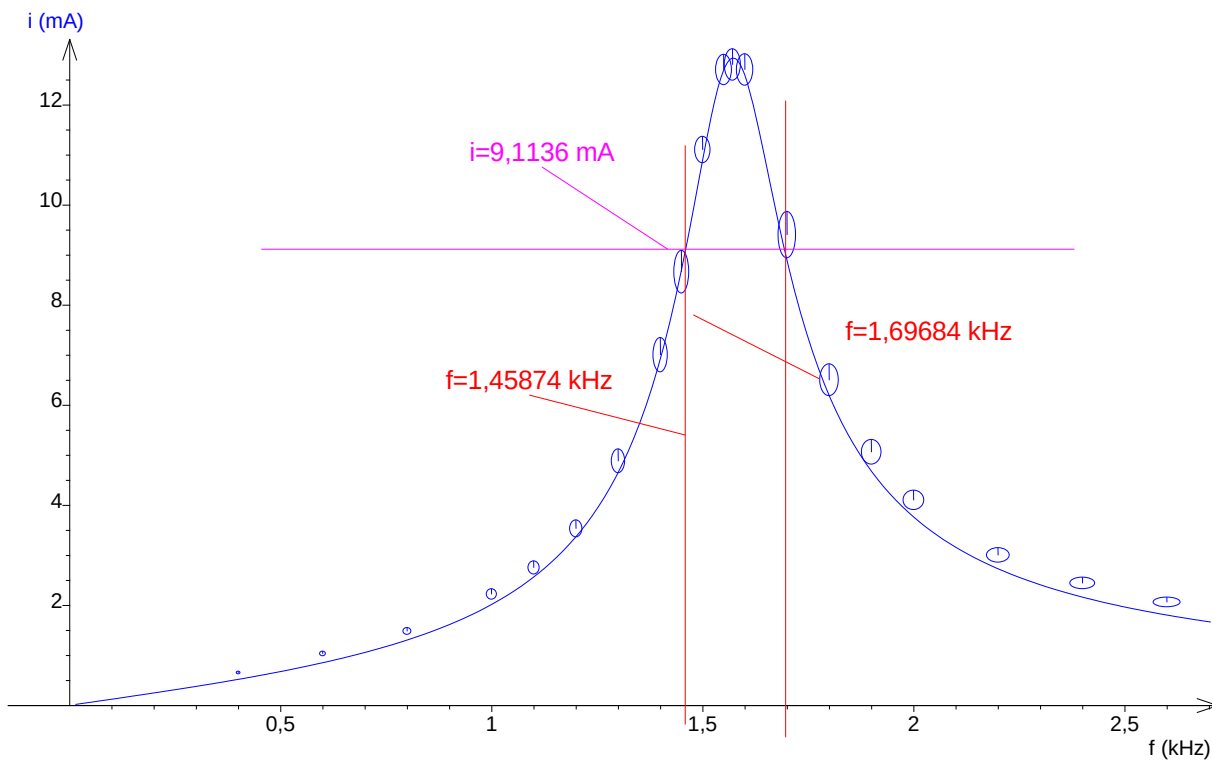
→ On observe la tension aux bornes de R (qui nous donne l'intensité au travers de la loi d'Ohm) et la tension aux bornes de l'ensemble du circuit (ce qui correspond aux bornes du GBF). On obtient donc 2 signaux sinusoïdaux qui, en dehors de la fréquence de résonance, sont déphasés.

1) Relevé manuel de mesures.

On fixe E et on relève U_R et φ en fonction de la fréquence f.

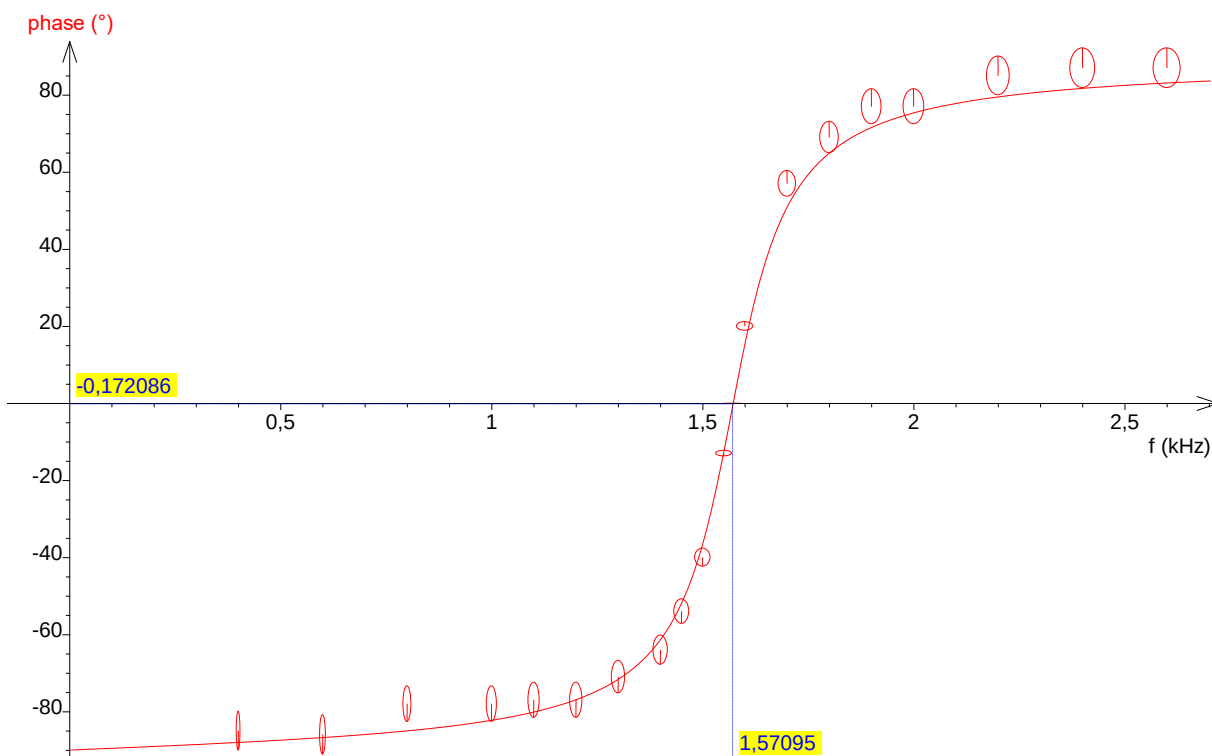
Les incertitudes relatives sont déterminées pour chaque différent calibre à l'aide des curseurs. De même pour la phase via la formule $\varphi = 2\pi \frac{d}{D}$.

On trace $I=f(f)$ et $\varphi=f(f)$.



$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R_{tot}^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{E_m}{\sqrt{R_{tot}^2 + \left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)^2}}$$

On modélise par $i = \frac{2}{\sqrt{a^2 + \left(bf - \frac{c}{f}\right)^2}}$.



$$\varphi = \arctan\left(\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\frac{1}{R_{tot}}\right) = \arctan\left(\left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)\frac{1}{R_{tot}}\right). \text{ On modélise par : } \varphi = a \tan\left(\left(b * f - \frac{c}{f}\right)\frac{1}{R_{tot}}\right)$$

→ Tests qualitatifs : courbes modèles englobent points expérimentaux aux incertitudes près.

→ Tests quantitatifs : comparaison expérience/modèle.

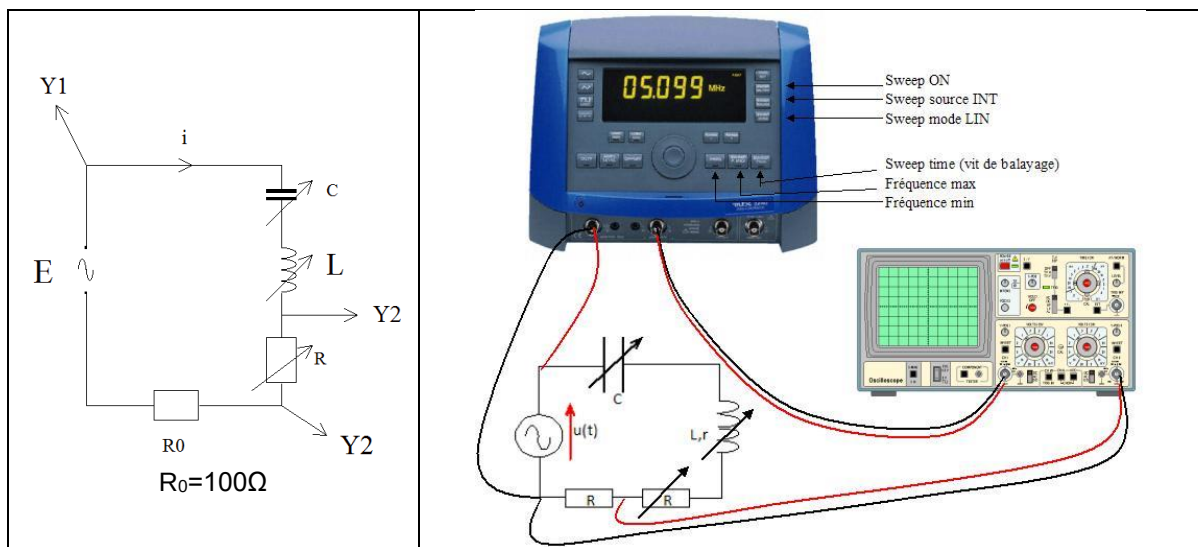
Fréquence de résonance : fréquence pour laquelle la tension et l'intensité sont en phase

A cette fréquence, on peut relever une intensité maximale.

Le facteur de qualité caractérise l'acuité (caractère aigüe ou non du phénomène de résonance en intensité).

	Expérience	Modèle
Fréquence de résonance	$f_{0,i} = (1580 \pm 40) \text{ Hz}$ $f_{0,\varphi} = (1570 \pm 10) \text{ Hz}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = (1585 \pm 21) \text{ Hz}$ $\frac{\Delta f_0}{f_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta L}{L} \pm \frac{\Delta C}{C} \right)$
Intensité maximale	$I_m = (12,8 \pm 0,2) \text{ mA}$	$I_{m,th} = \frac{E_m}{R_{tot}} = \frac{2}{157,8} 12,67 \text{ mA}$
Facteur de qualité	$\frac{I_m}{\sqrt{2}} = 9,1 \text{ mA}$ $\Delta f = (230 \pm 20) \text{ Hz}$ $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = (6,9 \pm 0,8)$	$Q_{th} = \frac{1}{R_{tot}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 6,4$

II Tracé automatique de la courbe de résonance.



La fonction wobulation permet de faire varier la fréquence du signal délivrée par le GBF en fonction du temps.

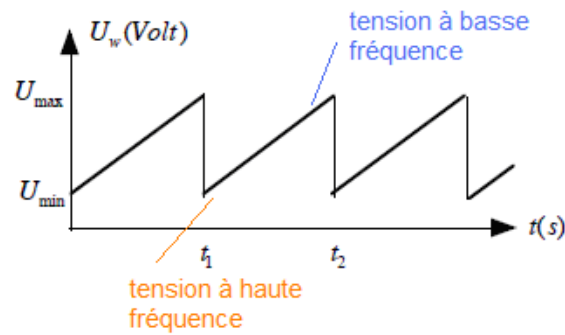
En mode wobulation, la fréquence est imposée par une tension U_w appelée tension de wobulation : elle vaut $f = a U_w + b$ où a et b sont deux constantes dépendant du générateur. On obtient la wobulation en choisissant, par exemple, une rampe pour la fonction U_w . Il y a deux façons de réaliser ceci : soit en utilisant la wobulation interne du générateur : la fonction U_w est alors produite par le générateur lui-même, soit en utilisant une autre source de tension pour générer U_w .

Le GBF Metrix permet une wobulation interne.

Réglages du GBF :

- On choisit une fréquence basse (500 Hz)
- On relie la sortie du GBF « Sweep Out » à la voie 1 de l'oscilloscope
- On se place en Sweep On
- On choisit un Sweep max : 5 kHz
- On se place en Sweep mod : Linéaire et Sweep source : Int.
- Sweep time petit : 150 ms

On se branche en voie 2 de l'oscilloscope aux bornes de la résistance (attention aux masses !). On visualise alors sur la voie 1 la rampe de fréquence et en voie 2 la courbe d' « intensité ».



On déplace le signal pour qu'il occupe tout l'écran de l'oscillo, on l'étale et on ne garde que la partie supérieure. Et on bloque la BP avec les curseurs pour voir l'évolution selon les paramètres.

- Influence des différents paramètres :

✓ $\uparrow R$: $I_{\max} \downarrow$
Même BP
Même ω_0

$\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f} \downarrow$: le pic devient plus large.

✓ $\uparrow C$: Même $I_{\max}$
Même BP
 $\omega_0 \downarrow$

$\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f} \downarrow$: Le pic devient plus large.

✓ $\uparrow L$: $I_{\max}$ cst ($\downarrow$ légèrement à cause la résistance interne de la bobine)
BP $\downarrow$
 $\omega_0 \downarrow$

$\rightarrow Q = \frac{f_0}{\Delta f}$: On ne peut pas conclure

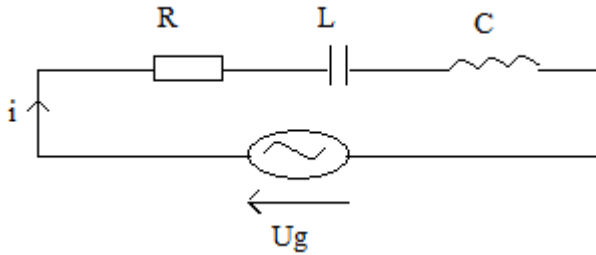
Tous ces résultats sont en accord avec les formules théoriques : $I_{\max} = \frac{E_m}{R}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R_{tot}} \sqrt{\frac{L}{C}}$

Conclusion

- Il existe aussi résonance en tension : la résonance en intensité a toujours lieu alors que la résonance en tension est conditionnée par $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$
- Analogies méca
- Circuit RLC série étudié en Terminale S ainsi que l'étude des régimes forcés en mécanique
- Application : filtrage en électronique
- Inconvénients : endommager les composants

ANNEXE

- Théorie



Loi des mailles : $U_g = U_L + U_R + U_C$

$$\text{Avec } \left\{ \begin{array}{l} U_R = R \cdot i \\ U_L = L \cdot \frac{di}{dt} \\ i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow U_g = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + U_C$$

En tension : $\left\{ \begin{array}{l} U_R = R \cdot i \\ U_L = jL\omega i \\ U_C = \frac{i}{jC\omega} \end{array} \right\} \Rightarrow U_g = (1 - LC\omega^2) \cdot U_C + jRC\omega \cdot U_C \Rightarrow \underline{U_C} = \frac{E(0)}{(1 - LC\omega^2) + jRC\omega}$

D'où : l'expression de l'intensité $\underline{I} = \frac{jC\omega E(0)}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} = \frac{E(0)}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

La phase est donnée par : $\varphi = \text{Arg}(\underline{U_C}) = \arg(\text{numérateur}) - \arg(\text{dénominateur}) = -\arg(\text{dénominateur}) = -\arctg\left(\frac{Im}{Re}\right)$
car $\arg(E(0)) = 0$ (réel positif)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \varphi &= -\text{Arg}[1 - LC\omega^2 + jRC\omega] \\ &= -\text{Arg}[j(RC\omega - j(1 - LC\omega^2))] \\ &= -\frac{\pi}{2} - \text{Arg}[RC\omega - j(1 - LC\omega^2)] \\ &= -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(-\frac{1 - LC\omega^2}{RC\omega}\right) \\ &= -\frac{\pi}{2} + \arctg\left(\frac{1 - LC\omega^2}{RC\omega}\right) \end{aligned}$$

Remarque : φ correspond au déphasage tension $\rightarrow$ intensité. Le déphasage intensité $\rightarrow$ tension peut être noté φ' et on a $\varphi' = \frac{\pi}{2} + \varphi$

- MPSI

Loi des mailles : $\underline{E} = \underline{Z_C I} + \underline{Z_L I} + \underline{Z_R I} = \left(\frac{1}{jC\omega} + jL\omega + R \right) \underline{I}$

En module : $E_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} I_m$

Amplitude de I : $I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

Pour $\omega \rightarrow 0$, $I_m \rightarrow 0$ et pour $\omega \rightarrow +\infty$, $I_m \rightarrow 0$. Lorsque $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, I_m est max $I_m = I_{\max} = \frac{E_m}{R}$ et

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ pulsation de résonance.

Pour une certaine valeur de la pulsation l'amplitude du courant est max, on parle alors de résonance en intensité.

On définit alors la bande passante, c'est-à-dire l'intervalle de pulsation (ou de fréquence) telle que :

$$I_m \geq \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}.$$

Les valeurs limites sont donc : $\frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{E_m}{R\sqrt{2}}$

$$\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = R\sqrt{2}$$

$$R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = \pm 2R^2$$

$$LC\omega^2 \pm RC\omega - 1 = 0$$

$$LC\omega^2 + RC\omega - 1 = 0$$

$$\Delta = R^2C^2 + 4LC$$

$$\omega_{1,2} = (-RC \pm \sqrt{\Delta})/2LC$$

D'où la seule solution possible :

$$\omega_1 = (-RC + \sqrt{\Delta})/2LC$$

$$LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0$$

$$\Delta = R^2C^2 + 4LC$$

$$\omega_{1,2} = (RC \pm \sqrt{\Delta})/2LC$$

D'où la seule solution possible :

$$\omega_2 = (RC + \sqrt{\Delta})/2LC$$

On a alors pour expression de la bande passante : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$ car on définit le facteur de

qualité comme étant $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ donc plus on a un pic fin plus $\Delta\omega$ est petit et plus le facteur de qualité est

grand : $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L}{R\sqrt{LC}}$ soit $Q = \frac{1}{R_{\text{tot}}} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Le facteur de qualité caractérise l'acuité (caractère aigüe ou non du phénomène de résonance en intensité).