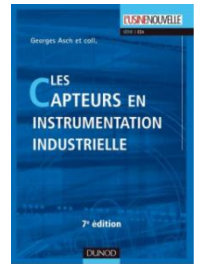
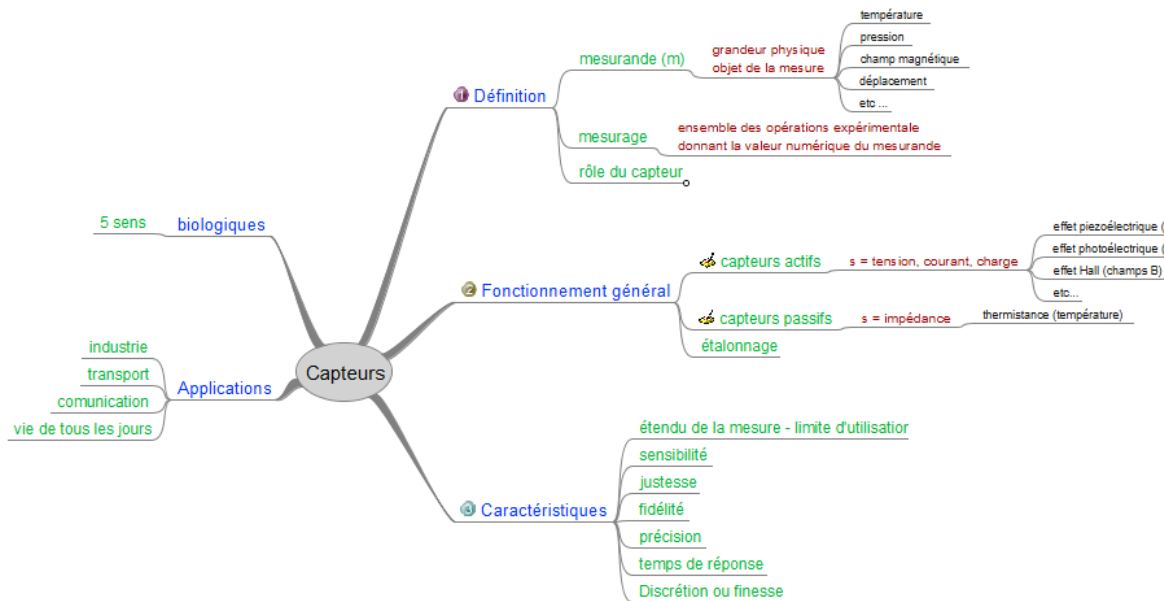


10-L - Capteurs

Bibliographie : Les capteurs en instrumentation industrielle (Dunod) Georges Asch et coll.
Tec et doc 1^{ère} année MPSI - électroagnétisme



Intro : Carte Mentale



Post Bac :

Thermistance résistance de Platine + Modèle de Drude (Loi d'ohm locale)

Considérons le *mouvement d'ensemble* de porteurs de charge q (de masse m) au voisinage du point M d'un milieu conducteur sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$ stationnaire et quasi uniforme, à partir de l'instant $t = 0$.

Il existe des *interactions* entre les porteurs de charge et le milieu environnant (par exemple des *collisions*), qui représentent des *phénomènes dissipatifs* que l'on traduit par une *force de freinage*, du type force de frottement « fluide » $\vec{f} = -k \vec{v}$ (coefficient k de frottement, vitesse d'ensemble $\vec{v}$).

En appliquant le *principe fondamental de la dynamique*, aux porteurs de charge, dans un référentiel galiléen d'étude, on obtient :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{E} - k \vec{v} \quad \text{ou} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

avec $\tau = \frac{m}{k}$, paramètre homogène à un temps, qui représente le *temps caractéristique d'évolution de la vitesse d'ensemble* des porteurs de charge, appelé aussi *temps de relaxation* du système.

Par intégration, il vient : $\vec{v}_{(t)} = \vec{K} e^{-t/\tau} + \frac{q\tau}{m} \vec{E}$

avec $\vec{v}_{(0)} = \vec{0}$ (mouvement *aléatoire* des porteurs en l'absence du champ $\vec{E}$), soit :

$$\vec{v}_{(t)} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} (1 - e^{-t/\tau})$$

La valeur numérique du paramètre τ étant *extrêmement faible*, de l'ordre de 10^{-14} s, on atteint quasi instantanément la valeur de la *vitesse limite*, qui correspond au régime stationnaire ($\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$) :

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} = \mu \vec{E}, \quad \mu \text{ désignant la } \textit{mobilité} \text{ des porteurs de charge.}$$

- Réunissons les deux interprétations locales :

$$\vec{j} = n^* q \vec{v} \quad \text{et} \quad \vec{v} = \mu \vec{E}.$$

On obtient la *loi d'Ohm locale* :

$$\vec{j} = n^* q \mu \vec{E} = \sigma \vec{E}.$$

Le coefficient de proportionnalité de $\vec{j}$ à $\vec{E}$ s'appelle la *conductivité* du matériau. C'est une grandeur toujours positive qui s'exprime en $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ou $S \cdot m^{-1}$ (S est le siemens) :

- porteur positif $q_+ > 0, \mu_+ > 0$ ($\vec{v}_+$ dans le sens de $\vec{E}$) ;
- porteur négatif $q_- < 0, \mu_- < 0$ ($\vec{v}_-$ en sens contraire de $\vec{E}$).

Pour un conducteur métallique :

$$\sigma = n^* (-e) \mu_- = n^* e |\mu_-|$$

Le sens du vecteur $\vec{j}$ est donc toujours celui du champ électrique $\vec{E}$.

e) Résistivité

C'est l'inverse de la conductivité :

$$\rho = \frac{1}{\sigma}, \quad \text{en } \Omega \cdot m. \quad \text{D'où la loi locale : } \vec{E} = \rho \vec{j}.$$

ρ dépend de la nature du matériau et de la température.

Retenons les ordres de grandeur pour ρ et le type de conduction :

- *Conducteur métallique* : $\text{Cu} \xrightarrow{\text{totale}} \text{Cu}^+ + \text{e}^-$
(conductivité électronique : 1 e^- libre/atome)
 $\rho \approx 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.
- *Semi-conducteur* : $\text{Si} \rightleftharpoons \text{Si}^+ \square + \text{e}^-$
(un e^- libre et un *trou* pour 10^{12} atomes à 25 °C)
 $\rho \approx 10^3 \Omega \cdot \text{m}$.

Le dopage avec un élément possédant un électron supplémentaire par exemple permet d'évoluer vers une conductivité par électrons plus marquée (dopage de type N) :

$$\rho \approx 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}.$$

- *Électrolytes* : $\text{NaCl}_{\text{aq}} \xrightarrow{\text{totale}} \text{Na}_{\text{aq}}^+ + \text{Cl}_{\text{aq}}^-$
(conductivité *ionique*)
 $\rho \approx 10^{-1} \text{ à } 10^{-2} \Omega \cdot \text{m}$.
- *Isolants* : cristaux covalents ou moléculaires (pas d' e^- libre), $\rho > 10^5 \Omega \cdot \text{m}$.

Nous allons nous limiter à la conductivité des métaux.

6.2. Conductivité et résistivité des métaux

a) Modèle du gaz d'électrons libres

Soit par exemple un fil de cuivre.

À l'état cristallin, on peut considérer ce métal comme un ensemble d'ions positifs Cu^+ lourds, donc immobiles aux nœuds du réseau cristallin, immergés dans un gaz d'électrons libres susceptibles de se déplacer : les e^- de conduction.



b) Aspect microscopique : modèle collisionnel

- Les collisions, subies par les électrons libres d'un métal, s'effectuent avec les « défauts » du cristal métallique (défaut ponctuel ou défaut surfacique au niveau de la séparation des monocristaux).

En l'absence d'un champ électrique, la vitesse moyenne des porteurs de charges est *nulle* du fait de leur mouvement *aléatoire*.

- Examinons l'action d'un champ $\vec{E}$ sur les charges mobiles q , en supposant que la vitesse des porteurs de charges devient aléatoire juste après un choc avec un défaut du réseau.

Notons $\vec{v}_{i,c}$ la vitesse (aléatoire) d'un électron libre (q, m) après sa dernière collision (à ne pas confondre avec la vitesse d'ensemble...).

Le champ électrique $\vec{E}$ étant pratiquement uniforme et constant entre deux collisions, la vitesse de l'électron à l'instant t_i (depuis sa dernière collision) se déduit de la relation fondamentale de la dynamique :

$$m \frac{d\vec{v}_i}{dt} = q \vec{E}, \quad \text{d'où} \quad \vec{v}_i = \vec{v}_{i,c} + \frac{q \vec{E}}{m} t_i.$$

Réalisons à présent une moyenne sur les charges mobiles contenues dans un volume macroscopiquement petit autour d'un point M afin de déterminer leur vitesse d'ensemble $\vec{v}_{(M)}$:

$$\langle \vec{v}_i \rangle = \langle \vec{v}_{i,c} \rangle + \frac{q \vec{E}}{m} \langle t_i \rangle = \frac{q \vec{E}}{m} \langle t_i \rangle$$

(par hypothèse, $\langle \vec{v}_{i,c} \rangle = \vec{0}$, toutes les directions et sens étant équiprobables).

En définitive, on obtient une relation entre $\vec{v}$ et $\vec{E}$ analogue à celle du modèle du *freinage visqueux* :

$$\vec{v}_{(M)} = \frac{q \vec{E} \tau}{m} = \mu \vec{E}_{(M)}, \quad \text{en posant} \quad \tau = \langle t_i \rangle \quad \text{et} \quad \mu = \frac{q \tau}{m}.$$

On admettra que τ correspond à la durée moyenne entre deux collisions successives. La distance moyenne parcourue par l'électron entre deux chocs successifs est appelée « *libre parcours moyen* » (de l'ordre de 10^{-8} m pour un bon conducteur).

- Comme $\vec{j} = n^* q \vec{v}$, nous retrouvons la *relation d'Ohm locale* :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{n^* q^2 \tau}{m} \quad (\text{positive}),$$

n^* étant le nombre de charges mobiles par unité de volume.

c) Limites de la loi d'Ohm locale

- Si $\vec{E}$ est trop intense, on peut établir que la vitesse $\vec{v}_c$ après une collision perd son caractère « aléatoire ».
- Si $\vec{E}$ varie trop rapidement (fréquence supérieure à 10^{14} Hz), $\vec{E}$ n'est plus constant entre deux chocs successifs pendant la durée τ . Par contre, pour un courant alternatif de fréquence usuelle, la loi d'Ohm locale se trouve vérifiée avec une excellente approximation.

d) Résistivité – Influence de la température

$\rho = \frac{1}{\sigma}$ est de l'ordre de 10^{-7} à $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ à température usuelle, et augmente (la conductivité diminue) avec la température par la multiplication des collisions (*effet de freinage*).

Par contre, ρ s'annule au voisinage du 0 K (*supraconductivité*).

REMARQUE. — Cette variation de ρ avec T constitue une *différence essentielle* entre *conducteur* et *semi-conducteur* :

$$\text{conducteur : } \rho \simeq \rho_0 (1 + a\theta + b\theta^2), \quad \text{avec} \quad \theta = T - T_0;$$

$$\text{semi-conducteur : } \rho \simeq a e^{b/T}.$$

Pour ces derniers, la résistivité diminue, soit la conductivité augmente avec la température, car il y a augmentation du nombre d'électrons libres et de lacunes positives associées, leur création étant endothermique.

6.3.5 Résistances métalliques

■ Théorie élémentaire de la conductivité métallique

Le courant électrique dans un métal est dû au déplacement d'électrons libres : un réseau cristallin parfaitement périodique ne présenterait aucun obstacle à leur mouvement et sa résistance électrique serait nulle. Celle-ci trouve son origine dans le caractère non parfaitement périodique du réseau qui résulte :

- d'une part, de son agitation thermique,
- d'autre part, de la présence éventuelle d'impuretés ou de défauts.

Dans une théorie classique du phénomène, l'électron (masse m , charge q) accéléré par le champ électrique E subit des collisions qui, à chaque fois, ramènent à zéro sa vitesse : soit τ (temps de relaxation) la durée moyenne entre deux chocs, $n_e = 1/\tau$ étant le nombre moyen de chocs par seconde. L'équation du mouvement de l'électron dans la direction du champ appliqué :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q \cdot E$$

permet de calculer sa vitesse moyenne de déplacement :

$$v = \frac{q\tau}{2m} \cdot E$$

Le nombre d'électrons libres par unité de volume étant N , la densité de courant s'écrit :

$$j = Nqv = \frac{Nq^2\tau}{2m} \cdot E$$

et la résistivité a pour expression :

$$\rho = \frac{2m}{Nq^2\tau}$$

Tout facteur physique susceptible de modifier τ , c'est-à-dire le nombre de chocs par seconde, agit donc sur la résistivité.

S'arrêter là et dire que si le nombre de choc augmente alors la résistivité diminue et donc la résistance diminue également.

Influence de la température

Chaque atome (masse M) du réseau oscille autour de sa position moyenne, soumis à une force de rappel Cx , x étant son déplacement.

L'équation du mouvement :

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + Cx = 0$$

permet de déterminer :

– l'énergie potentielle moyenne d'un atome : $w = \frac{1}{2} C \overline{x^2}$;

– la fréquence des oscillations : $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C}{M}}$.

La température caractéristique d'Einstein θ est définie par :

$$h\nu = k \theta$$

h : constante de Planck : $6,62 \cdot 10^{-34}$ Js, k : constante de Boltzmann : $1,38 \cdot 10^{-23}$ JK⁻¹ ;

θ a pour valeur : 375 K pour Ni, 333 K pour Cu et 240 K pour Pt.

On montre que pour $T > \theta$:

$$w = \frac{1}{2} k T$$

d'où :

$$\overline{x^2} = \frac{k}{C} T = \frac{h^2 T}{4 \pi^2 k M \theta^2}$$

Le temps de relaxation τ est inversement proportionnel à $\overline{x^2}$; il en résulte que pour $T > \theta$:

$$\rho \sim \frac{1}{N M \theta^2} \cdot T$$

En réalité, dans ce domaine de température la résistivité ne varie pas strictement linéairement ce qui peut être dû selon les cas :

- à la dilatation du réseau ;
- à l'influence sur τ de l'énergie des électrons.

Remarque : La différence entre une résistance de Pt (CTP) et une CTN (coef de température négative) c'est que

Partie Pédagogique

1^{ère} STI2D – STL

BO : Mesure de température

TP - Courbe d'étalonnage d'une résistance de Pt
Avec incertitude (regressi ils tracent les ellipses)

On leur demande de nous donner la température de la pièce, ils doivent faire la moyenne et pourquoi pas leur demander de chiffrer une incertitude ($V_{\max} - V_{\min} / 2$)

Attention on ne peut pas parler d'écart-type ici car ils ne l'ont pas fait en match

Travail maison sur un autre type de capteur

Conclusion :

Question :

Annexe

I.4. PRINCIPE DU FLUXMÈTRE.

7

La force électromotrice (fem) induite aux bornes d'une bobine déplacée dans un champ magnétique non uniforme est proportionnelle au nombre de spires N de la bobine et à la dérivée par rapport au temps du flux Φ du champ magnétique à travers une spire. La valeur instantanée de la fem induite est donnée par l'expression $e = -N \frac{d\Phi}{dt}$; e est en volts si le flux Φ est en Weber (T.m²).

La variation totale de flux est obtenue en intégrant cette expression par rapport au temps :

$$\int_0^t e(t') dt' = -N \int_0^t \frac{d\Phi}{dt'} dt' = -N \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -N (\Phi_2 - \Phi_1)$$

Si $\Phi_2 = 0$, c'est-à-dire si la bobine est déplacée d'un champ magnétique B_1 de flux Φ_1 à travers sa surface S dans un champ magnétique nul, on a : $\int_0^t e(t') dt' = N\Phi_1$

L'intégration est faite en utilisant un circuit intégrateur constitué d'un circuit RC et d'un ampli opérationnel (figure ci-dessous). La tension de sortie de l'ampli vaut

$$V_S = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t') dt' = \frac{1}{RC} \int_0^t N \frac{d\Phi}{dt'} dt' = \frac{N\Phi_1}{RC}.$$

Le champ magnétique est donné par $B_1(\text{Tesla}) = \Phi_1(\text{Weber})/NS(\text{m}^2)$.

