

# 1-M- Dynamique newtonienne

## Intro :

### I- Chute libre : mouvement uniformément accéléré – conservation de l'énergie mécanique(Duffait p 242)

#### ➤ Partie 1 : Chute libre (capteur fourche optique).

Référentiel galiléen

Système : réglette de masse  $m=(42,36 \pm \quad )g$ .

Bilan des forces :  $\vec{P}, \vec{P}_A, \vec{f}$

2<sup>ème</sup> loi de Newton :  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{P}_A + \vec{f} = m\vec{a}$ .

On néglige la poussée d'Archimède et les frottements :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

On projette sur l'axe z vertical descendant et on intègre :

$$a(t) = g \Rightarrow v(t) = gt + v_0$$

L'acquisition se fait à l'aide d'un capteur branché à Orphy.

La réglette est constituée d'une succession de bandes transparentes et noires régulièrement espacées que peut détecter le capteur.

L'incertitude sur le temps sera celle fournie par Orphy soit  $\Delta t = 1.10^{-5} s$ .

L'incertitude sur la position est calculée par nos soins. On mesure la largeur d'un certain nombre de bandes (incertitude comprise), on en déduit ainsi la largeur d'une bande ainsi que son incertitude.

(On obtient donc  $\Delta z = 1,67.10^{-5} m$ )

La vitesse v au point i l'expression suivante :

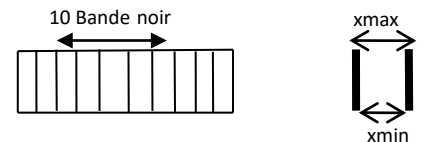
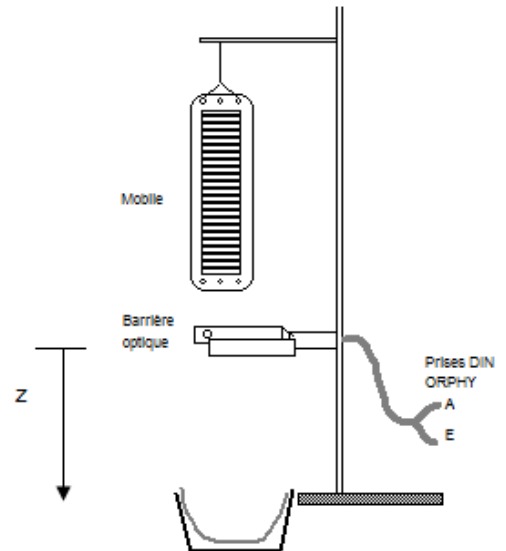
$$v_i = \frac{z[i+1] - z[i-1]}{t[i+1] - t[i-1]}$$

On trace  $v=f(t)$

$$p_{moy} = (9,8 \pm 0,4) m.s^{-2}$$

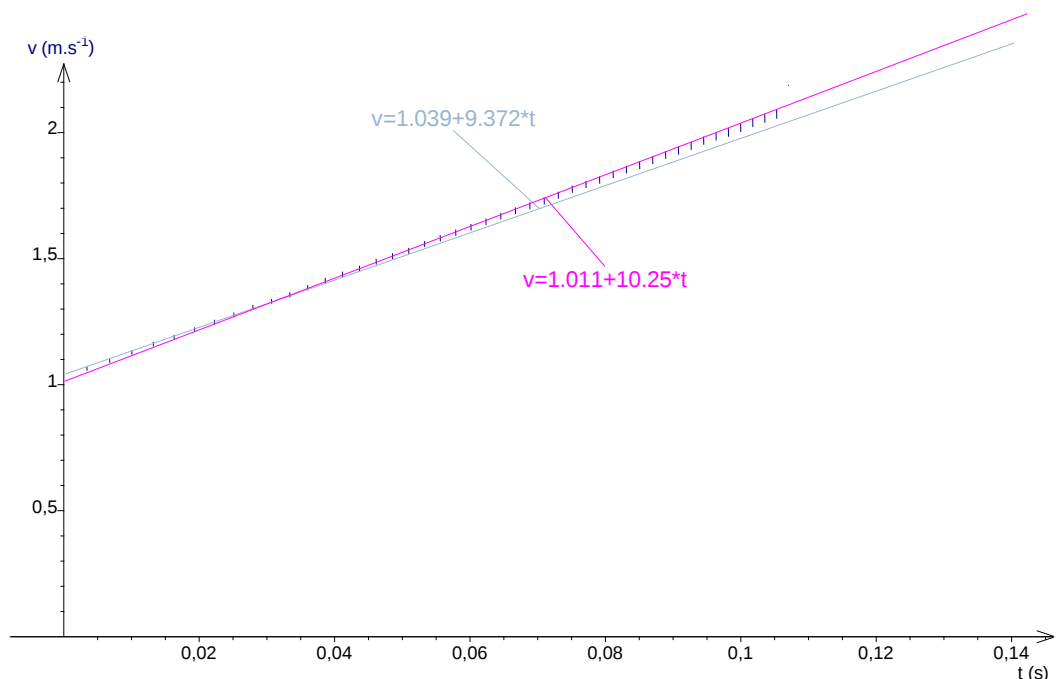
$$p_{th} = g = 9,81 m.s^{-2}$$

Valeurs expérimentales  
et théoriques en accord.



$$\text{Incertainitude : } \Delta z = \frac{x_{max} - x_{min}}{n}$$

avec n : nombre de bande noir



En effet, dans cette expérience, on peut négliger les frottements de l'air car la vitesse de chute de la réglette est faible compte tenu que le mouvement est de courte durée (moins de 1s). On peut également négliger la poussée d'Archimède, compte tenu que l'objet a un faible volume. (Voir annexe)

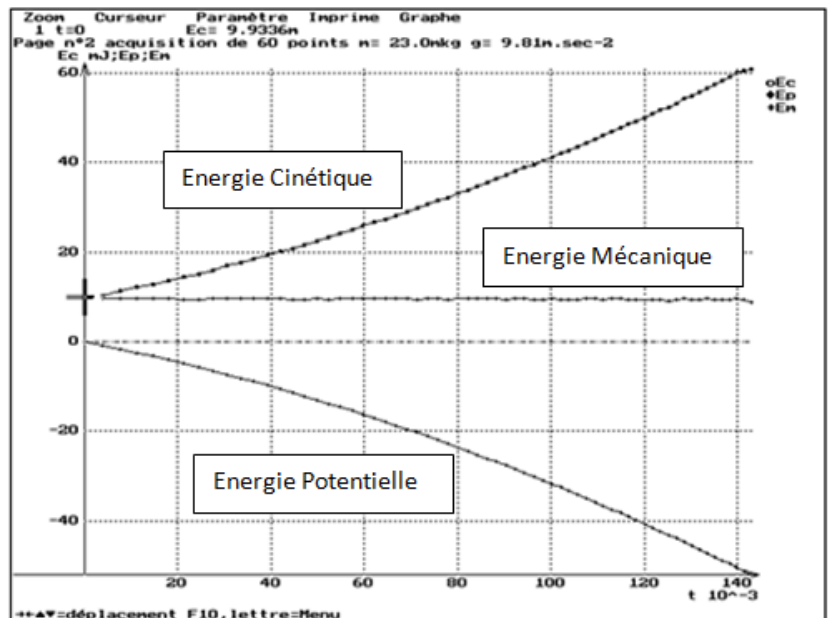
## ➤ Partie 2 : Conservation de l'énergie mécanique.

On trace  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  et  $E_p = -mgz$  (le signe - vient du fait que  $z$  est décroissant normalement, donc si  $z$  est positif dans le tableau il faut le signe -) ainsi que  $E_m$  en fonction du temps.

→ Quand  $E_c$  augmente,  $E_p$  diminue, il y a donc bien un transfert entre ces deux formes d'énergie.

→ L'énergie mécanique est constante en noire (tracer droite)

On constate bien que l'énergie mécanique est constante  
ou tout au moins comprise entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.



## II- **Mouvement en rotation autour d'un axe fixe**

La formule est dans le duffait p 256

Diagramme schématisant un pendule composé d'un cylindre de rayon  $r_0$  et d'une masse  $m$  suspendu à un fil.

caméra film et acquisition avec cinéris (Atelier scientifique)

partielle

Diagramme d'un cylindre en rotation avec des points de mesure  $R_0$  et  $R_0 \sin \theta$  sur son périmètre.

Etalonnage (mesure de  $R_0$ )

On essaie de positionner au niveau du centre de notation.

Lorsque la masse descend de  $g$  le petit cylindre auquel est enroulé le fil fait une rotation et on a  $z = r_0 \theta \Rightarrow \dot{z} = r_0 \dot{\theta}$   
 $\ddot{z} = r_0 \ddot{\theta}$

Théorème de l'Énergie mécanique:  $E = \frac{1}{2} m \dot{g}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 - mgz$

$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$  si on néglige tout frottement  $\Rightarrow E = (m r_0^2 + J) \frac{\dot{\theta}^2}{2} - mg r_0 \theta$

$\Rightarrow \frac{2}{2} \dot{\theta} \ddot{\theta} (m r_0^2 + J) = mg r_0 \dot{\theta}$

$\Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{g/r_0}{(1 + J/m r_0^2)} = \frac{\ddot{\theta}}{r_0} = \ddot{\theta}_0 = cte$

$\Rightarrow \dot{\theta}(t) = \ddot{\theta}_0 t + cte$  (on a  $t=0$   $\dot{\theta}(t)=0$ )

$\Rightarrow \theta(t) = \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0 t^2 + (\dot{\theta}_0 t + \theta_0)$   
 $= 0$  normalement  
 car au départ pas de vitesse initiale et  $g=0$

Ensuite l'idée c'est de faire une modélisation et de demander à l'ordinateur de calculer tous les paramètres.

$x(t) = \underbrace{x_0}_{=0} + \underbrace{R_0}_{connu} \cos\left(\underbrace{\ddot{\theta}_0}_{\text{on a } \ddot{\theta}_0} \frac{t^2}{2} + \underbrace{\dot{\theta}_0}_{\approx 0} t + \underbrace{\theta_0}_{\approx 0}\right)$   
 on a  $\ddot{\theta}_0$  et on vérifie la formule.

La caméra et Atelier scientifique vont relever

| t   | x(t) | y(t) |
|-----|------|------|
| ... | ...  | ...  |

ou  $x(t) = \underbrace{x_0}_{=0} + R_0 \cos(\theta(t))$   
 $y(t) = \underbrace{y_0}_{=0} + R_0 \sin(\theta(t))$   
 si l'origine est bien au centre.

Sur l'ordi on va voir.

Le problème c'est qu'on ne va pas connaître le J de tout le dispositif donc on ne va rien pouvoir comparer.

L'idéal est de faire une seconde fois la manipulation en déposant un objet dont on connaît le moment d'inertie ( $J_2$ ) sur le dispositif. (On peut aussi le calculer, pour un cylindre plein placé au centre de rotation  $J_2 = \frac{1}{2} m R^2$ )

De cette manière  $J_{tot} = J + J_2$

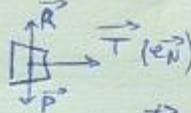
Et la formule sera alors :  $\ddot{\theta}_0 = \frac{g/r_0}{\left(1 + \frac{J + J_2}{m r_0^2}\right)}$

On aura plus qu'à estimer  $J_2$  d'après la modélisation et la comparer à la valeur théorique

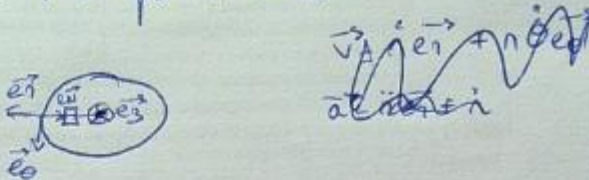
Attention : il est très difficile de calculer des moments d'inertie (en  $kg.m^2$ ) de cette manière. Notre valeur sera sans doute éloignée de la valeur théorique, mais c'est pour avoir un ordre d'idée.

### III- Mesure de la force d'inertie d'entraînement

Il est possible de faire la manip avec une cuve à moitié remplie d'eau

Système 

Force appliquée :  $T$  du fil. sur  $e_n$

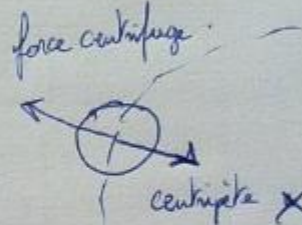
Référentiel Galiléen : 

PFD:  $\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{v^2}{n} \vec{e}_n = m \omega^2 \vec{e}_n$

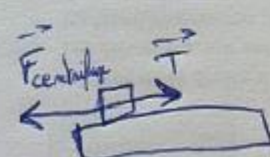
$\vec{T} = m \omega^2 \vec{e}_n$

$T = m \omega^2$

Force centrifuge.



Objet immobile par rapport au plateau  $\sum \vec{F} = \vec{0}$ .  
 tourne (donc pas réf Galiléen).



$\vec{T} = f_{\text{raideur ressort}} = -kx$

## ANNEXE

### - Anecdote Newton (merci Sylvain M):

La légende retient que c'est en étant réveillé par la chute d'une pomme sur sa tête qu'Isaac Newton aurait achevé de comprendre et d'établir la théorie de l'attraction universelle. Que cela reste une légende ou soit effectivement la réalité il n'en reste pas moins que le mouvement de chute libre est une expérience simple mettant en évidence l'interaction gravitationnelle et en jeu les lois fondamentales de la mécanique classique. Si l'observation directe à l'œil nu est évidente, la difficulté de cette manipulation réside dans sa mesure et notamment l'acquisition des positions successivement occupées au cours du temps.

### - I) Rappels : Etude théorique du mouvement de chute libre (Merci Sylvain encore)

Soit un solide S de masse (m) de volume (V) dont le centre de gravité est noté M. Ce solide est lâché sans vitesse initiale d'un point O' à l'instant  $t_0$  (il se trouve à  $t=0$  en O avec la vitesse initiale  $v_0$ ).

Le théorème du centre de masse appliqué au solide S nous donne alors dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

$$\frac{d\vec{p}(M)}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

Les forces extérieures s'appliquant ici sont le poids, la poussée d'Archimède et les forces de frottements fluides imposés par l'air. Il vient

$$m\vec{a}(M) = \vec{P} + \vec{P}_a + \vec{f}$$

En projetant sur un axe vertical descendant on obtient :

$$m a = m g - \rho_o V g - \lambda v$$

Où  $\rho_o$  est la masse volumique de l'air et  $\lambda$  le coefficient de frottements fluides linéaires.

$$a = \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g - \frac{\lambda}{m}v$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g}$$

Solution sans le second membre :

$$v_1 = A \exp\left(-\frac{\lambda}{m}t\right) \quad \text{où } A \text{ est une constante}$$

Solution particulière de la forme du second membre :

$$v_2 = \frac{m}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g$$

D'où la solution complète :

$$v = A \exp\left(-\frac{\lambda}{m}t\right) + \frac{m}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g$$

$$\text{Or à l'instant initial} \quad v(t=0) = v_o = A + \frac{m}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g$$

$$\text{D'où} \quad A = v_o - \frac{m}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g$$

$$\text{et} \quad \boxed{v = \frac{m}{\lambda} \left(1 - \frac{\rho_o V}{m}\right)g \left[1 - \exp\left(-\frac{\lambda}{m}t\right)\right] + v_o \exp\left(-\frac{\lambda}{m}t\right)}$$

### Approximations simplificatrices :

1) la poussée d'Archimède est négligeable

$$\frac{m}{V} = \rho \quad \text{la masse volumique du solide}$$

$$\frac{\rho_o V}{m} = \frac{\rho_o}{\rho} \ll 1 \quad \text{pour des solides suffisamment denses.}$$

2) les frottements fluides linéaires sont très faibles

Pour une sphère  $\lambda = 6\pi\eta R$  où  $\eta$  est le coefficient de viscosité dans le cas de l'air est d'environ  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$  et  $R$  dans nos cas inférieurs à  $3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  d'où  $\lambda$  inférieur à  $10^{-5} \text{ kg.s}^{-1}$ .

Avec  $m$  supérieure au gramme  $\frac{\lambda}{m} \ll 10^{-2}$  d'où le développement limité de l'exponentielle au voisinage de zéro.  
 $\exp(x) = 1 + x + o(x)$

$$v \approx \frac{m}{\lambda} g \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\lambda}{m} t \right) \right] + v_0 \left( 1 - \frac{\lambda}{m} t \right) \approx \left( g - \frac{\lambda}{m} \right) t + v_0 \approx v_0 + gt$$

Rem : on retrouve le même résultat que si l'on néglige à la base la poussée d'Archimède et les forces de frottements (ouf...), conclusion mieux vaut les négliger dès le départ.

### I. Manip pour Principe d'action-réaction

III Principe d'action-réaction

Remarque : le mesurer sans l'aimant, mais on fait interaction avec faible

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = - \vec{F}_{B \rightarrow A}$$

$m_i = 13,7 \text{ g}$   
 $m_f = 3,8 \text{ g}$

$\|\vec{F}_{B \rightarrow A}\| = \Delta mg = (13,7 - 3,8) \times g$   
 $= 9,9 \times 10^{-3} \times 9,8 = 0,097 \text{ N} \approx 0,1 \text{ N}$   
 $= 0,097 \text{ N} \approx 0,1 \text{ N}$

$\|\vec{F}_{A \rightarrow B}\| = 0,1 \text{ N}$

Conclusion: On aurait pu aussi utiliser les lois de conservation.