

1-L- Dynamique newtonienne

Intro : Carte Mentale

Aspect historique pour comprendre les implications de la dynamique Newtonienne

- Galilée : Etude du mouvement des corps (mais sans s'intéresser aux causes)
- Kepler : Etude du mouvement des planètes (3 Loi de Kepler qui sont des loi empirique (phénoménologique))
- Newton : étude des mouvements des corps en relation avec les causes (forces) qui les produisent
- Insuffisance de la dynamique Newtonienne : catastrophe UV / effet photoélectrique / avancée du périhélie de mercure

Référentiel

Les 3 Lois de newton

Théorème

Application : Ondes mécanique (masse des astronautes avec des ressorts)

Post Bac : Comment appliquer le PFD lorsqu'on n'est pas dans un référentiel galiléen ?

1. Pendule de Foucault

Ou

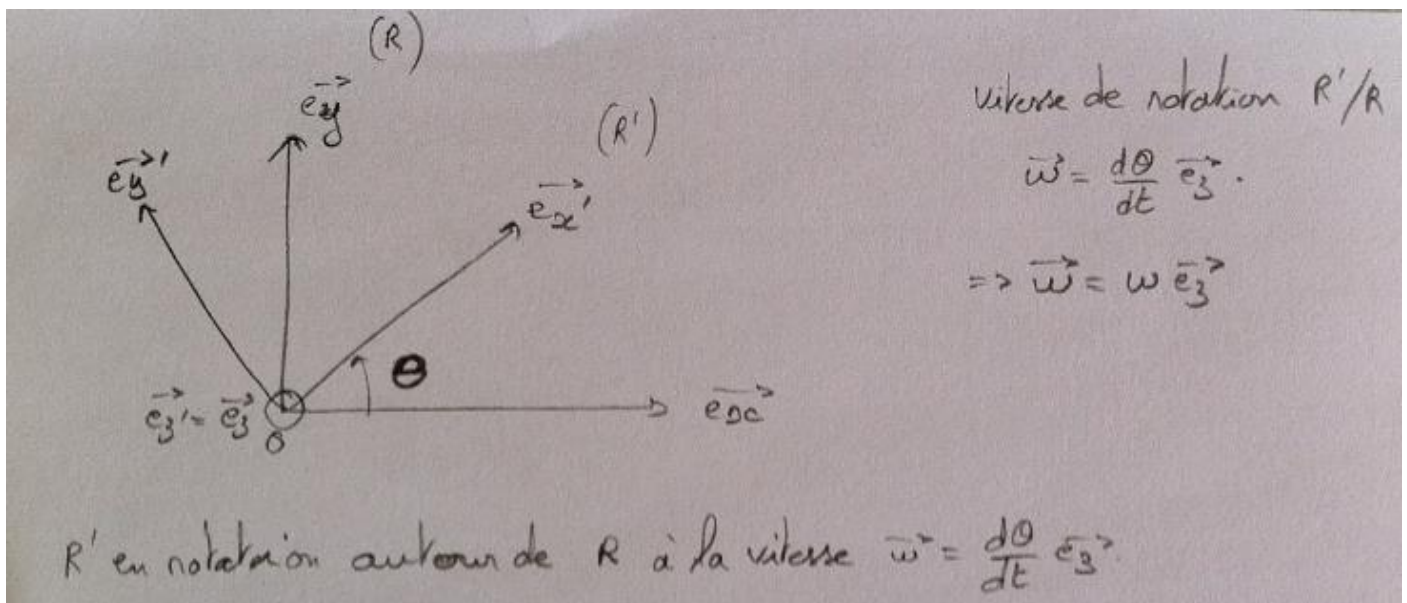
Bibliographie : J'intègre PC-PC* (Dunod) M-N- Sanz

1. A la recherche d'un référentiel Galiléen

On étudie un solide de masse m assimilé à un point matériel dans le référentiel terrestre (origine : le sol, et 3 axes perpendiculaire orienté vers des étoiles fixes. Seulement ce référentiel n'est plus considéré comme galiléen puisqu'il est en rotation uniforme autour du référentiel géocentrique, qui lui est considéré comme galiléen.

2. Démontrer les formules de changement de référentiel. (Voir annexe pour démonstration détaillée)

Afin de simplifier les calculs et ainsi gagner du temps on va considérer le cas où le référentiel $R' (O', x', y', z')$ est en rotation uniforme autour de $R (O, x, y, z)$ avec $O=O'$ et $\vec{e}_z = \vec{e}_{z'}$



$$\overrightarrow{OM} = x \overrightarrow{e_x} + y \overrightarrow{e_y} + z \overrightarrow{e_z} \quad \text{dans } R \text{ (galiléen)}$$

$$\overrightarrow{O'M} = x' \overrightarrow{e_{x'}} + y' \overrightarrow{e_{y'}} + z' \overrightarrow{e_{z'}} \quad \text{dans } R'$$

On calcule la vitesse du point M dans le référentiel R sachant que les points O et O' sont confondus

$$\vec{v}_{/R}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$$

$$\vec{v}_{/R}(M) = \dot{x}' \overrightarrow{e_{x'}} + \dot{y}' \overrightarrow{e_{y'}} + \dot{z}' \overrightarrow{e_{z'}} + x' \frac{d\overrightarrow{e_{x'}}}{dt} + y' \frac{d\overrightarrow{e_{y'}}}{dt} + z' \frac{d\overrightarrow{e_{z'}}}{dt}$$

le vecteur $\overrightarrow{e_{z'}}$ est immobile donc $\frac{d\overrightarrow{e_{z'}}}{dt} = 0$

$$\vec{v}_{/R}(M) = \vec{v}_{/R'}(M) + x' \frac{d\overrightarrow{e_{x'}}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + y' \frac{d\overrightarrow{e_{y'}}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

La dérivée du vecteur $\overrightarrow{e_{x'}}$ par l'angle θ est égale à une rotation de 90° ce qui nous donne :

$$\vec{v}_{/R}(M) = \vec{v}_{/R'}(M) + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$$

avec la vitesse d'entraînement $\vec{v}_e(M) = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$ qui correspond à la vitesse qu'aurait le point M si ce dernier était fixe dans R' (c'est le cas de O')

On cherche l'expression de l'accélération du point M dans R

$$\vec{a}_{/R}(M) = \frac{d\vec{v}_{/R}(M)}{dt} = \frac{d\vec{v}_{/R'}(M)}{dt} + \frac{d\vec{v}_e(M)}{dt}$$

$$\vec{a}_{/R}(M) = \ddot{x}' \overrightarrow{e_{x'}} + \ddot{y}' \overrightarrow{e_{y'}} + \ddot{z}' \overrightarrow{e_{z'}} + 2\dot{x}' \frac{d\overrightarrow{e_{x'}}}{dt} + 2\dot{y}' \frac{d\overrightarrow{e_{y'}}}{dt} + x' \frac{d^2 \overrightarrow{e_{x'}}}{dt^2} + y' \frac{d^2 \overrightarrow{e_{y'}}}{dt^2}$$

avec

$$\vec{a}_{/R'}(M) = \ddot{x}' \overrightarrow{e_{x'}} + \ddot{y}' \overrightarrow{e_{y'}} + \ddot{z}' \overrightarrow{e_{z'}}$$

$$\vec{a}_c(M) = 2\dot{x}' \frac{d\overrightarrow{e_{x'}}}{dt} + 2\dot{y}' \frac{d\overrightarrow{e_{y'}}}{dt} = 2 \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/R'}(M) :$$

l'accélération de Coriolis (accélération complémentaire qui dépend de la vitesse du point M)

$$\vec{a}_e(M) = x' \frac{d^2 \overrightarrow{e_{x'}}}{dt^2} + y' \frac{d^2 \overrightarrow{e_{y'}}}{dt^2} = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O'M}) = -\omega^2 \overrightarrow{HM}$$

(accélération d'entraînement qui dépend de la position du point M et avec H le projeté orthogonal de M sur l'axe de rotation Oz)

Soit :

$$\vec{a}_{/R}(M) = \vec{a}_{/R'}(M) + 2 \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/R'}(M) - \omega^2 \overrightarrow{HM}$$

$$\vec{a}_{/R}(M) = \vec{a}_{/R'}(M) + \vec{a}_c(M) + \vec{a}_e(M)$$

3. Application : champs de pesanteur g. (montrer qu'il n'est pas uniforme)

Pour définir le poids d'un corps, on imagine celui-ci accroché à un fil.

Référentiel galiléen = référentiel géocentrique.

système : objet de masse m (constante) et immobile dans R' (Référentiel terrestre)

Bilan des forces :

- Force d'attraction gravitationnelle : $\overrightarrow{A_T} = m \overrightarrow{G_T}(P)$ avec $\overrightarrow{G_T}(P) = -G \frac{M_T}{R_T^2} \overrightarrow{e_{z'}}$ le champs gravitationnel créé par la Terre au point P où se situe le solide.
- la tension du fil : $\vec{T} = T \overrightarrow{e_{z'}}$

Dans le référentiel galiléen l'application du PFD nous dit

$$m \vec{a}_{/R}(P) = \overrightarrow{A_T} + \vec{T}$$

$$m(\vec{a}_{/R'}(P) + \vec{a}_c(P) + \vec{a}_e(P)) = \overrightarrow{A_T} + \vec{T}$$

$$m(\vec{a}_{/R'}(P) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/R'}(P) + -\omega^2 \overrightarrow{HM}) = \overrightarrow{A_T} + \vec{T}$$

Dans le référentiel terrestre

$$m \vec{a}_{/R'}(P) = \overrightarrow{A_T} + \vec{T} - 2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/R'}(P) + m\omega^2 \overrightarrow{HM}$$

Avec $\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}_c(P) = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/R'}(P)$ la force d'inertie de Coriolis

$\vec{F}_{ie} = -m\vec{a}_e(P) = m\omega^2 \overrightarrow{HM}$ la force d'inertie d'entraînement

$$m \vec{a}_{/R'}(P) = \overrightarrow{A_T} + \vec{T} + \vec{F}_{ic} + \vec{F}_{ie}$$

Dans notre cas l'objet d'étude est immobile dans R' donc $\vec{a}_{/R'}(P) = \vec{F}_{ic} = \vec{0}$

$$\text{D'où } \vec{p} = -\vec{T} = \overrightarrow{A_T} + \vec{F}_{ie}$$

Par définition le poids $\vec{p}$ est la force opposé à celle qui le maintient à l'équilibre donc $\vec{p} = -\vec{T}$

$$\vec{p} = m\vec{g} = \overrightarrow{A_T} + \vec{F}_{ie} = m(\overrightarrow{G_T}(P) + \omega^2 \overrightarrow{HM})$$

Le champs de pesanteur $\vec{g}(P) = \overrightarrow{G_T}(P) + \omega^2 \overrightarrow{HM}$ est la somme du champs de gravitation $\overrightarrow{G_T}(P)$ et d'un terme centrifuge (car dirigé vers l'extérieur et on dit centripète dans le cas contraire)

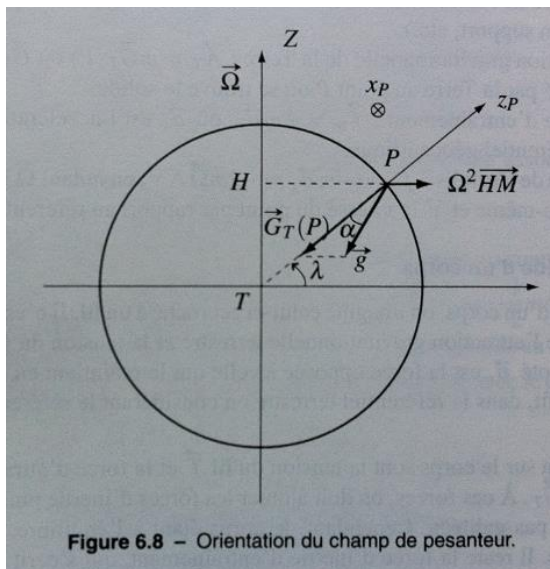


Figure 6.8 – Orientation du champ de pesanteur.

Le champ de pesanteur n'est pas dirigé selon la verticale du lieu, repéré par la direction de la droite TP

Mais l'angle d'inclinaison du champ de pesanteur par rapport à la verticale est très faible ce qui permet de considérer en première approximation que le champ de pesanteur est dirigé vers le centre de la Terre (Voir démo en annexe)

Quel est l'influence de la latitude ?

Le terme centrifuge est égale à :

$$\omega^2 HM = \omega^2 R_T \cos \lambda$$

- Il est donc nul aux pôles ($\cos \lambda = 0$) et dans ce cas c'est là où l'intensité de la pesanteur est la plus grande.
- Il est maximum à l'équateur et donc c'est de là qu'on envoie les fusées dans l'espace car c'est plus facile au cause d'un poids plus faible des objets.

Partie Péda :

2nd : Dans la partie sport : approche qualitative

NOTIONS ET CONTENUS	COMPÉTENCES ATTENDUES
L'étude du mouvement : l'observation, l'analyse de mouvements et le chronométrage constituent une aide à l'activité sportive. Des lois de la physique permettent d'appréhender la nature des mouvements effectués dans ce cadre.	
Relativité du mouvement. Référentiel. Trajectoire. Mesure d'une durée ; chronométrage.	Comprendre que la nature du mouvement observé dépend du référentiel choisi. <i>Réaliser et exploiter des enregistrements vidéo pour analyser des mouvements.</i> Porter un regard critique sur un protocole de mesure d'une durée en fonction de la précision attendue
Actions mécaniques, modélisation par une force. Effets d'une force sur le mouvement d'un corps : modification de la vitesse, modification de la trajectoire. Rôle de la masse du corps. Principe d'inertie.	Savoir qu'une force s'exerçant sur un corps modifie la valeur de sa vitesse et/ou la direction de son mouvement et que cette modification dépend de la masse du corps. Utiliser le principe d'inertie pour interpréter des mouvements simples en termes de forces. <i>Réaliser et exploiter des enregistrements vidéo pour analyser des mouvements.</i>

TS : Comprendre - Lois et modèle : Approche quantitative

Notions et contenus	Compétences exigibles
Temps, cinématique et dynamique newtoniennes Référentiel galiléen. 3 lois de Newton: Conservation de la quantité de mouvement d'un système isolé. Mouvement d'un satellite. Révolution de la Terre autour du Soleil. Lois de Kepler.	Choisir un référentiel d'étude. Définir la quantité de mouvement d'un point matériel. Connaître et exploiter les trois lois de Newton; les mettre en oeuvre pour étudier des mouvements dans des champs de pesanteur et électrostatique uniformes. <i>Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour étudier un mouvement.</i> <i>Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour interpréter un mode de propulsion par réaction à l'aide d'un bilan qualitatif de quantité de mouvement.</i> Démontrer que, dans l'approximation des trajectoires circulaires, le mouvement d'un satellite, d'une planète est uniforme. Etablir l'expression de sa vitesse et de sa période. Connaître les trois lois de Kepler; exploiter la troisième dans le cas d'un mouvement circulaire.

Conclusion :

Annexe: Changement de référentiel

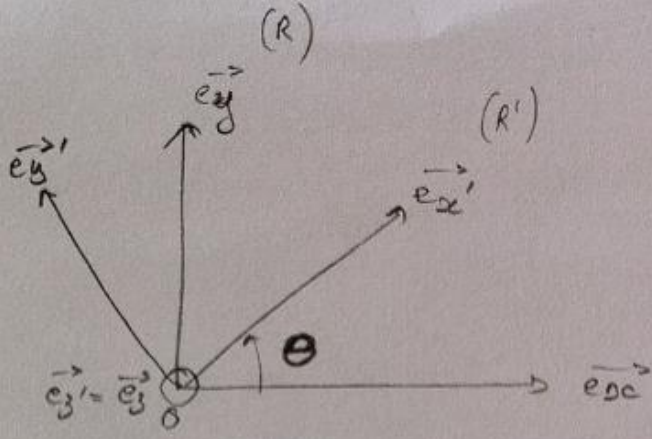


Diagram illustrating the change of reference frame. Frame (R) has axes $\vec{e}_x$ and $\vec{e}_y$. Frame (R') has axes $\vec{e}_{x'}$ and $\vec{e}_{y'}$. The angle between $\vec{e}_x$ and $\vec{e}_{x'}$ is θ . The origin is O .

Vitesse de rotation R'/R
 $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_z$
 $\Rightarrow \vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$

R' en rotation autour de R à la vitesse $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_z$.

$\vec{OH} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$ (dans R)
 $\vec{OH} = x' \vec{e}_{x'} + y' \vec{e}_{y'} + z' \vec{e}_z$ (dans R')

$\vec{V}(H)/R' = \frac{d\vec{OH}}{dt} \Big|_{R'} = \dot{x}' \vec{e}_{x'} + y' \dot{\vec{e}}_{y'} + \dot{z}' \vec{e}_z$

$\vec{V}(H)/R = \frac{d\vec{OH}}{dt} \Big|_R = \frac{d\vec{OO'} + \vec{O'H}}{dt} \Big|_R = \underbrace{\frac{d\vec{OO'}}{dt}}_0 \Big|_R + \frac{d\vec{OH}}{dt} \Big|_R$

$$\vec{v}(M)/R = \underbrace{\dot{x}' \vec{e}_x' + \dot{y}' \vec{e}_y' + \dot{z}' \vec{e}_z'}_{v(M)/R'} + \underbrace{x' \frac{d\vec{e}_x'}{dt} + y' \frac{d\vec{e}_y'}{dt} + z' \frac{d\vec{e}_z'}{dt}}_{0}$$

$$\vec{v}(M)/R = v(M)/R' + \underbrace{x' \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_x'}{d\theta} + y' \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{e}_y'}{d\theta}}_{\omega x' \vec{e}_y' + \omega y' (-\vec{e}_x')}$$

$$\vec{\omega} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \vec{e}_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} x' \vec{e}_x' \\ y' \vec{e}_y' \\ z' \vec{e}_z' \end{vmatrix} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{v}(M)/R = v(M)/R' + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \vec{OM}}_{v_e(M)}}$$

$$\vec{a}(M)/R = \frac{d\vec{v}(M)/R}{dt} = \frac{d\vec{v}(M)/R'}{dt} + \frac{d}{dt} \vec{v}_e(M)$$

$$\text{or } \frac{d\vec{v}(M)/R'}{dt} = \underbrace{\ddot{x}' \vec{e}_x' + \ddot{y}' \vec{e}_y' + \ddot{z}' \vec{e}_z'}_{a(M)/R'} + \underbrace{\ddot{x}' \frac{d\vec{e}_x'}{dt} + \ddot{y}' \frac{d\vec{e}_y'}{dt}}_{\omega (\ddot{x}' \vec{e}_y' + \ddot{y}' (-\vec{e}_x'))}$$

$$\frac{d\vec{v}_e(t)}{dt} = \underbrace{\omega (\dot{x}'\vec{e}_y' + \dot{y}'(-\vec{e}_x'))}_{\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)/R'} + \underbrace{\omega \left(x' \frac{d\vec{e}_y'}{dt} + y' \frac{d(-\vec{e}_x')}{dt} \right)}_{\omega (x'\omega(-\vec{e}_x') + y'\omega(-\vec{e}_y'))}$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)/R'$$

$$\vec{\omega} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \vec{e}_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \dot{x}'\vec{e}_x' \\ \dot{y}'\vec{e}_y' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega \dot{y}'\vec{e}_x' \\ \omega \dot{x}'\vec{e}_y' \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\omega (x'\omega(-\vec{e}_x') + y'\omega(-\vec{e}_y'))$$

$$\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) =$$

$$\vec{\omega} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \vec{e}_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \vec{e}_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -\omega y'\vec{e}_x' \\ \omega x'\vec{e}_y' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega^2 x'\vec{e}_x' \\ -\omega^2 y'\vec{e}_y' \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M}) = -\omega^2 \vec{HM}$$

(H propriété
orthogonal
de H sur l'axe
Oz de notation)

$$\text{donc } \vec{a}(M)/R = \vec{a}(M)/R' + \underbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)/R'}_{\vec{a}_C(M)} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M})}_{\vec{a}_e(M)}$$

Annexe 2

Quelle est l'inclinaison du champ de pesanteur par rapport à la verticale ?

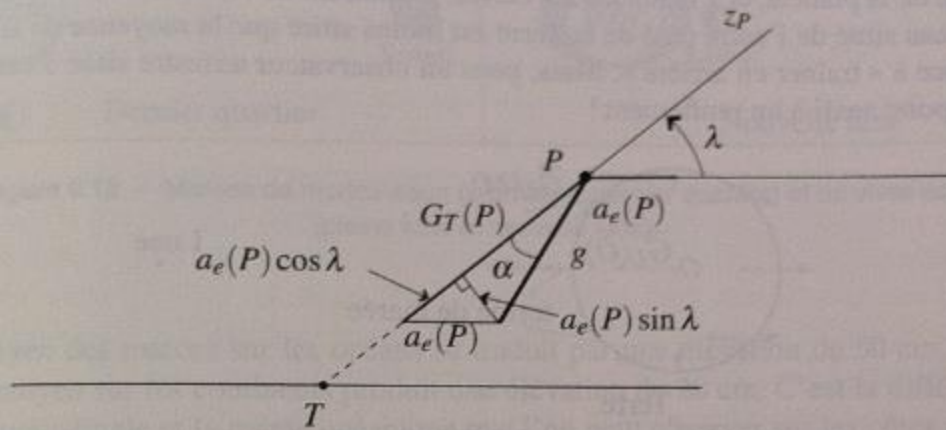


Figure 6.9 – Orientation du champ de pesanteur.

L'angle α entre la direction du champ de pesanteur et la verticale TP est donné en un point P par la relation :

$$\tan \alpha = \frac{a_e(P) \sin \lambda}{G_T(P) - a_e(P) \cos \lambda} \simeq \frac{a_e(P) \sin \lambda}{G_T(P)}$$

compte tenu des ordres de grandeurs des termes du dénominateur.

Pour un point à la latitude de 45° : $\tan \alpha = 1,6 \times 10^{-3}$ puis $\alpha = 1,6 \times 10^{-3} \text{ rad} = 5'20''$.

Cet angle est très faible, ce qui permet de considérer en première approximation que le champ de pesanteur est dirigé vers le centre de la Terre.